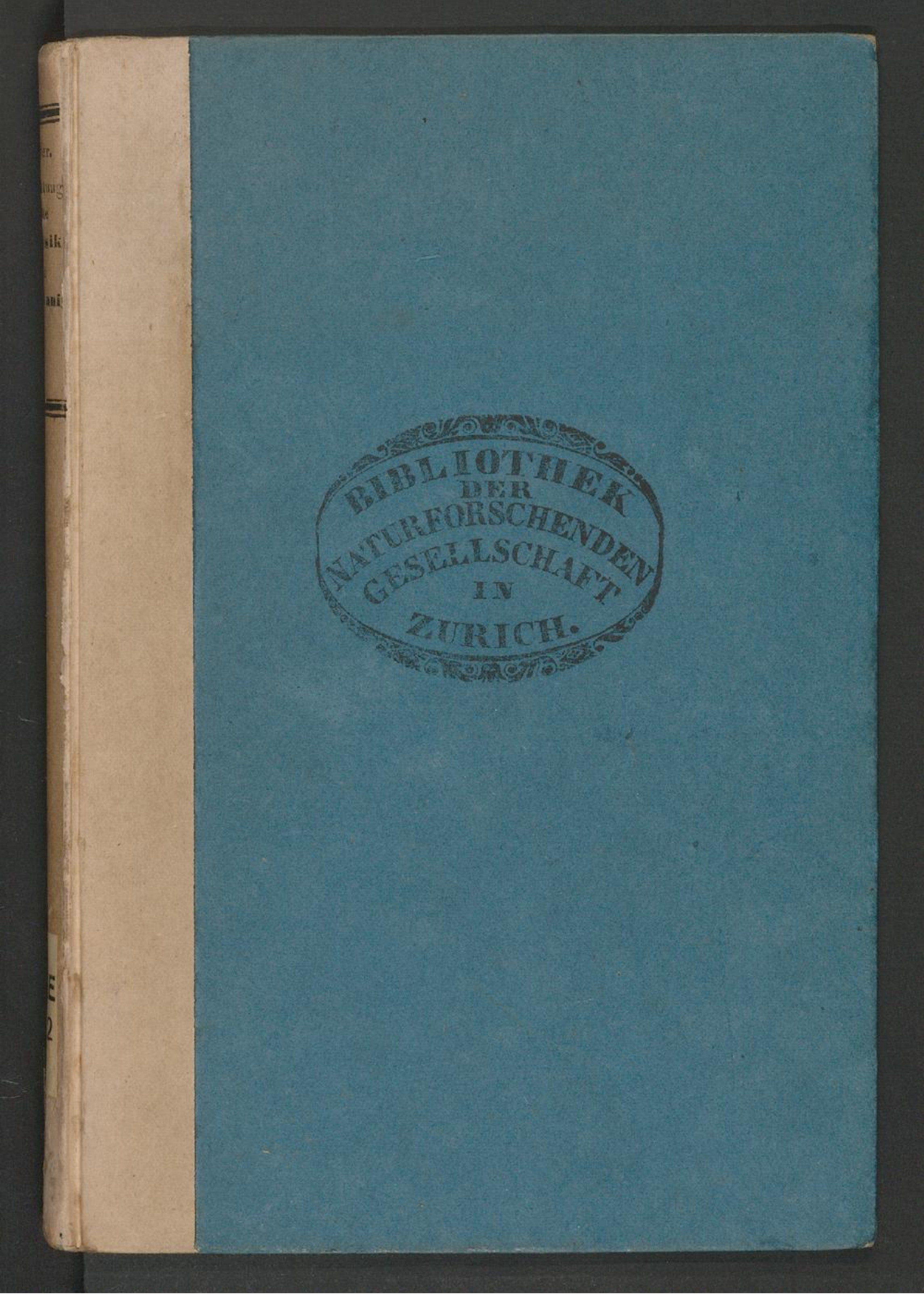


Einleitung in das Studium der Physik und Elemente der Mechanik

Studer, Bernhard

Bern, 1859

Persistenter Link: http://dx.doi.org/10.3931/e-rara-29047


BIBLIOTHEK
DER
NATURFORSCHENDEN
GESELLSCHAFT
IN
ZURICH.

EINLEITUNG

IN DAS

STUDIUM DER PHYSIK

UND

ELEMENTE DER MECHANIK

VON

B. STUDER,
Professor in Bern.

BERN,
Stämpflische Verlagshandlung
(G. HÜNERWADEL.)

ZÜRICH,
Friedrich Schulthess

1859.



«Le tour des études dans la vieille université étoit beaucoup plus littéraire que scientifique; on ne croyoit pas qu'en dehors des carrières d'application les sciences physiques et mathématiques eussent quelque prix. C'est là une erreur aussi grave que celle des esprits étroits et jaloux qui plus récemment ont soutenu que les études littéraires ne pouvaient servir qu'à l'homme de lettres. Je voudrois, pour ma part, que les sciences physiques et mathématiques tinssent dans l'éducation une place pour le moins égale à celle que l'on accorde aux études littéraires. La seule tendance qui soit fatale en pareille matière, c'est l'esprit industriel et utilitaire, qui rabaisse également la science et la littérature, cet esprit qui a fait croire à quelques hommes médiocres qu'on pouvoit élever les âmes et former les caractères en enseignant aux jeunes gens l'arpentage et les procedés de fabrication des bougies ou du savon. Quant aux études scientifiques purement spéculatives, elles contribuent au moins autant que les études littéraires à la culture intellectuelle, et peut-être, si elles entroient pour une plus grande part dans l'enseignement commun, corrigeroient-elles ce penchant fâcheux qui porte l'esprit françois à s'occuper plus de la forme que du fond même des choses, et à préférer en tout l'appareil oratoire à la vérité.» Rev. des deux mondes Avr. 1858.

Gedruckt in der Stämpflischen Buchdruckerei in Bern.

Vorrede.

Es soll diese kleine Schrift eine Ergänzung darbieten zu unseren Lehrbüchern der Physik, eine weitere Ausführung ihrer ersten Sätze, welche von den Grundlagen der Naturwissenschaft, von der Methodik ihres Studiums, von ihren Beziehungen zu anderen Wissenschaften, von ihrer geschichtlichen Entwicklung und verwandten Dingen handeln. Man eilt gewöhnlich so schnell es gehen mag, über diese formalen Allgemeinheiten weg, um ohne Verzug in das sichere Gebiet der positiven Thatsachen zu gelangen. Mag aber ein solches Verfahren sich rechtfertigen, wo in Jahresfrist, bei karg zugemessenen Lehrstunden, ein vollständiger Physikcurs absolvirt werden soll, oder, wenn es sich um schnelle Vorbereitung von Technikern handelt, so scheint es weniger geeignet, wenn das physikalische Studium, wie auf unseren Gymnasien und Hochschulen, als ein Zweig der allgemeinen humanen Ausbildung sich Geltung erwerben will; es wird bei den Schülern und bei Lehrern anderer Fächer um so höher in der Achtung steigen, je mehr es seine ideale Stellung behauptet und die althergebrachte enge Verbindung mit

speculativen Studien, mit Mathematik und Philosophie, fest hält. Selbst Theologen und Juristen und ihre Prüfungsbehörden werden dann vielleicht zu der alten Ueberzeugung, dass das Studium der Physik kein unwichtiges Element höherer Bildung sei, zurückkehren. Als Mittelglied zwischen den litterar-historischen Arbeiten der Gymnasien und den philosophischen Cursen der Hochschulen soll der Physikunterricht an beide sich anschliessen und nicht als ein dem classischen Alterthum unbekanntes, erst in neuerer Zeit, zum Nutzen industrieller Zwecke erobertes Gebiet erscheinen. Indem er den Schüler anregen soll, über die Gegensätze von Speculation und Empirie, Natur und Geist, Stoff und Form, über die Vorstellungen von Zeit, Raum, Causalität, Substanz und Aehnliches nachzudenken, darf er nicht selbst diesen Untersuchungen möglichst aus dem Wege gehn, oder gar vor einem näheren Eingehn auf dieselben, als einem gefährlichen Abwege warnen. Wer wollte es verbürgen, ob nicht manche Verirrung der Wissenschaft in unserer Zeit wäre vermieden worden, wenn man auf der Schule schon sich über die Grundlagen und die Grenzen unserer Erkenntniss eine feste Ansicht erworben hätte.

Während meines vieljährigen Unterrichts an den hiesigen höheren Lehranstalten, habe ich eine in dem angedeuteten Sinn behandelte Einleitung in das Studium der Naturlehre, die den Schülern zum Privatstudium und Nachholen empfohlen werden könnte, oft vermisst. Die ausgezeichneten Werke verwandten Inhalts von Whewell[1]) und Herschel[2]) sind nicht für Anfänger geschrieben; sie setzen Kenntnisse und ein gereiftes Urtheil voraus, die späteren Jahren angehören, und ihr Studium verlangt weit mehr Zeit, als der Physiklehrer in Anspruch nehmen darf, wenn er den Vorwurf vermeiden will, über Nebendingen die Hauptaufgabe zu vernachlässigen und seine Schüler eher zur Speculation oder Büchergelehr-

samkeit, als zu selbständiger Erforschung der Natur anzuregen. Ich würde es als das grösste Lob meiner Arbeit betrachten, wenn von ihr gesagt werden könnte, dass sie die wichtigsten Lehren jener Schriften zum Gebrauch des höheren Unterrichts klar und übersichtlich dargestellt habe.

Nicht verhehlen will ich, dass, neben dem angeführten, noch ein anderer Beweggrund mich zur Veröffentlichung dieser Arbeit bewogen hat; die Hoffnung nämlich, dass sie beitragen möchte, im Unterricht der Physik eine, wie mir scheint, wesentliche Verbesserung anzubahnen.

Die Lehrbücher der Physik beginnen gewöhnlich mit einer kurzen Mechanik, die sich auf die Kenntnisse der Schwere und der einfacheren Maschinen stützt. Es ist dieser Gang in der Entwicklungsgeschichte der Wissenschaft gegründet, indem allerdings unsere Mechanik aus den Problemen, welche die Maschinen darbieten, hervorgegangen, und die Schwere die bewegende Kraft der Maschinen ist. Aus gleichem Grunde findet man in alten Lehrbüchern Trigonometrie und Astronomie, oder reine und kaufmännische Arithmetik nicht von einander geschieden, und vor Euclid wurden auch wohl, wie der Name es andeutet, Geometrie und Feldmesskunst zu einer ungetheilten Lehre vereinigt. Selbst Whewell, der vorzüglich dahin gewirkt hat, dass jetzt in England dem physikalischen Unterricht ein vorbereitender Lehrcurs über Mechanik vorangeht, hat in seinem Lehrbuch der elementaren Mechanik die hergebrachte Behandlung gewählt. Vor einer strengeren Methodik ist jedoch diese Vermengung heterogener Dinge kaum zu rechtfertigen. Der Anfänger, dem man die Erklärung der Natur als das hohe Ziel der Physik in Aussicht gestellt hat, muss verwirrt werden, wenn er sieht, dass gleich anfangs die Beschreibung und Erklärung von Radwerken, Schrauben, Wagen u. s. w. im hellsten Licht, und die Physik in ihrem am weitesten

vorgeschrittenen Theil als Hülfswissenschaft der Industrie erscheint. — Die Mechanik kann aber, auch nach elementarer Behandlung, der Berufung auf die Maschinen ganz entbehren; sie lässt sich unabhängig von der Lehre der Schwere darstellen und erscheint nur in dieser reinen, von jeder technischen Anwendung und aller Empirie abstrahirenden Gestaltung in ihrer wahren Stellung, als speculative Grundlage der mechanischen Physik. Auf solcher Grundlage kann dann die Lehre der Schwere in grösster Allgemeinheit entwickelt werden und findet ihre nächste und erhabenste Anwendung in der Erklärung der Gestalt und Bewegung der Himmelskörper. Es ist nicht einzusehn, wesshalb man dem angehenden Physikschüler gerade denjenigen Theil der Wissenschaft, der als Vorbild aller anderen anerkannt ist, vorenthalten, oder nur verkümmert und entstellt mittheilen sollte. Die Einschaltung eines selbständigen Curses über elementare reine Mechanik dürfte an einigen Anstalten auf Schwierigkeiten stossen. Soll der Unterricht über Naturlehre, die Vorbereitung dazu inbegriffen, wie auf mehreren Gymnasien, auf ein Jahr beschränkt bleiben, so ist kein Ausweg möglich, als dass ein beträchtlicher Theil der Physik der Hochschule vorbehalten wird, was, genau betrachtet, nicht als ein Nachtheil erscheinen kann. Hat man jedoch über zwei Jahre zu verfügen, so lässt sich im ersten Semester die Einleitung und reine Mechanik und wohl auch noch ein Theil der Physik, wie etwa die Cohäsionslehre, leicht abschliessen, und man wird mit den gut vorbereiteten Schülern nachher um so schneller vorwärts gehn und in den folgenden drei Semestern in wöchentlich vier Stunden die Physik vollständig beendigen können. Auch bei dieser Ausdehnung wird man indess gut thun, sich vor Abschweifungen in fremdes Gebiet, in Chemie, Physiologie, physikalische Geographie, industrielle Mechanik, zu hüten; so wie es auch nicht zu billigen ist, wenn Lehr-

bücher und Lehrcurse über diese letzteren Wissenschaften grössere Theile der Physik sich aneignen und hiedurch ein besonderes Studium dieser Wissenschaft als überflüssig zu bezeichnen scheinen.

Es ist mir kein Lehrbuch der Mechanik bekannt, das den angedeuteten Forderungen entspricht und zugleich so elementar und gedrängt gehalten ist, dass es Anfängern, die aus dem Studium der Physik nicht ihre Hauptaufgabe machen, als Vorbereitung dazu dienen könnte. Ich glaubte daher mit dieser Einleitung eine kurze Mechanik verbinden zu sollen, damit dieselbe unmittelbar sich an jedes Lehrbuch der Physik anschliesse. Die Statik ist ein Auszug aus dem bekannten Werke von Poinsot[3]), die Dynamik enthält eine Zusammenstellung der für die Physik wichtigsten Sätze, nach der in neueren Lehrbüchern üblichen Darstellung.

---

[1]) W. Whewell, History of the inductive sciences from the earliest to the present times. 3 Vol. 1837. Deutsch, mit Anmerkungen, von J. J. Littrow, 3 Vol, 1840.
— —, the philosophy of the inductive sciences 2 Vol. 1840.
[2]) J. Herschel, on the study of natural philosophy, 1830.
[3]) Poinsot, Eléments de Statique, 9e ed. 1848.

bücher und Lehrcurse über diese letzteren Wissenschaften grössere Theile der Physik sich aneignen und hiedurch ein besonderes Studium dieser Wissenschaft als überflüssig zu bezeichnen scheinen.

Es ist mir kein Lehrbuch der Mechanik bekannt, das den angedeuteten Forderungen entspricht und zugleich so elementar und gedrängt gehalten ist, dass es Anfängern, die aus dem Studium der Physik nicht ihre Hauptaufgabe machen, als Vorbereitung dafür dienen könnte. Ich glaubte daher mit dieser Einleitung eine kleine Lücke ausfüllen zu sollen, da dieselbe unmittelbar sich an jedes Lehrbuch der Physik anschliesse. Die Statik ist ein Auszug aus dem bekannten Werke von Poinsot***), die Dynamik enthält eine Zusammenstellung der für die Physik wichtigsten Sätze, doch hat in neueren Lehrbüchern ähnlicher Darstellung.

*) W. Whewell, History of the inductive sciences from the earliest to the present times. 3 Vol. 1837. Deutsch, mit Anmerkungen, von J. J. Littrow, 3 Vol. 1840.

—, the philosophy of the inductive sciences. 2 Vol. 1840.

**) J. Herschel, on the study of natural philosophy. 1830.

***) Poinsot, Élémens de Statique, 9. éd. 1848.

1. Naturwissenschaft.

Natur oder Körperwelt heissen wir den Inbegriff des sinnlich Wahrnehmbaren, im Gegensatz der Gedankenwelt, von Geist und Gemüth. — Die Natur eines Dinges, oder einer Erscheinung (eines Phänomens), heisst uns auch das Wesen derselben, der Grund ihres Daseins und ihrer Eigenschaften, wir sagen z. B. *es gehört zur Natur des Wassers, des Lichtes, der Erdbeben u. s. w.* — Natur heisst daher auch das Wesen des Naturganzen, der gesammten Körperwelt, und wird in diesem Sinn verstanden, wenn wir sprechen: *die Natur erzeugt Pflanzen und Thiere, die Natur gehorcht ewigen Gesetzen u. s. w.*

Naturwissenschaft ist die systematisch geordnete Erkenntniss der Natur, sowohl der Dinge und Erscheinungen selbst, als der Gründe ihrer Eigenschaften und ihres Daseins. Sie zerfällt, nach dem Doppelsinn des Wortes Natur, in zwei Hauptrichtungen.

Die eine Richtung der Naturwissenschaft strebt nach einer vollständigen Kenntniss der Dinge und Erscheinungen, ohne näher auf die Gründe derselben einzugehen. Zur Kenntniss eines Gegenstandes gehört diejenige seiner Entstehung, seiner Fortbildung und seines Vergehens, d. h. seiner Geschichte, und die nach dieser Richtung ausgebildete Naturwissenschaft heisst daher Naturgeschichte, oder, wenn man sich noch mehr beschränkt und nur einen gegebenen Zustand der Dinge berücksichtigt, ohne auf frühere oder spätere Zustände einzutreten, Naturbeschreibung. Eine der wichtigsten Aufgaben der Naturgeschichte liegt in der

Unterscheidung der Dinge und ihrer Anordnung oder Classification, in der Trennung des Ungleichartigen und Zusammenstellung des Gleichartigen, da eine systematisch geordnete Erkenntniss die systematische Ordnung der zu kennenden Dinge voraussetzt.

Die andere Richtung forscht nach den Gründen der Dinge und Erscheinungen und sucht Principien, oder oberste, letzte Gründe aufzustellen, aus welchen sich ihr Dasein und ihre Eigenschaften begreifen und erklären lassen. Die Lösung dieser Aufgabe erstrebt die Naturlehre, früher, im Gegensatz der Metaphysica, auch Physica, oder, als ein Theil der Philosophie, des Wissens von den letzten Gründen, Naturphilosophie (Natural Philosophy) genannt.

Beide Richtungen greifen häufig in einander und eine scharfe Trennung ist nicht durchzuführen. Die Erklärung der Natur ist das letzte Ziel, nicht nur der Naturlehre, sondern der Naturwissenschaft überhaupt. Die Naturgeschichte, nicht weniger als die Naturlehre, soll, in allen ihren Arbeiten, dieses Ziel im Auge behalten; sie hat zudem, in der Beschreibung der Dinge und Erscheinungen, und noch mehr in der Classification derselben, das Zufällige von dem Wesentlichen zu unterscheiden, und das Eingehn auf das Wesen d. h den inneren Grund der Dinge, ist bereits Naturlehre. Diese ihrerseits bedarf, zur Begründung ihrer Lehren, einer genauen Kenntniss der Thatsachen, und mehrere dieser Lehren haben sich kaum noch über diese unterste Stufe zu erheben vermocht und gehören, strenge genommen, grösseren Theils der Naturgeschichte an. Auch die fortschreitende Ausbildung der Wissenschaft hat zum Verwischen der früher gezogenen Grenzen beigetragen. Die einzelnen Zweige der Naturwissenschaft haben sich successiv und ohne Rücksicht auf jene systematische Trennung entwickelt; Thatsachen, die etwas Gemeinsames zu haben schienen, durch dasselbe Sinnesorgan wahrgenommen werden, oder an einem besonderen Stoff

haften, oder auf denselben Ursprung hindeuten, wurden zusammengefasst, beschrieben, und nach Möglichkeit erklärt, ohne dass man sich die Frage stellte, ob man sich auf dem Boden der Naturgeschichte, oder auf dem der Naturlehre befinde. — Die Astronomie ist, wenn sie die Bahnen der Gestirne aus den Beobachtungen herleitet, oder die Gestalt und Grösse der Planeten, oder die Structur des Himmelsgebäudes beschreibt, eine naturhistorische Wissenschaft; erklärt sie aber jene Bahnen, oder die Gestalt der Himmelskörper aus den Gesetzen der Gravitation, so ist sie Naturlehre. — Die Arbeiten über Optik, welche Lichterscheinungen darstellen, oder beschreiben, sind naturgeschichtlich; diejenigen, welche diese Erscheinungen benutzen, um ein Princip zu begründen, aus welchem sie hergeleitet werden können, sind physikalisch. — Der grösste Theil des in den Handbüchern über Chemie enthaltenen Stoffs ist naturhistorisch; so auch ein beträchtlicher Theil des Inhalts der Physiologie; dennoch werden diese Wissenschaften der Naturlehre beigeordnet, weil das Streben nach erklärenden Principien niemals ganz zurücktritt, wie es dagegen in der Botanik oder Zoologie, welche der Classification, der Entwicklungsgeschichte und anderen naturhistorischen Aufgaben die volle Aufmerksamkeit zuwenden müssen, der Fall ist. — Man könnte den Unterschied zwischen Naturlehre und Naturgeschichte dahin bestimmen, dass man der ersteren diejenigen Arbeiten beizählte, in welchen die Begründung und Entwicklung des Princips, der letzteren alle, in welchen, beschreibend oder erklärend, die Erscheinungen und Dinge als Hauptobject behandelt werden, Laplace's Mécanique céleste z. B. wäre Naturlehre, Herschel's oder Littrow's Astronomie Naturgeschichte; die Arbeiten von Young und Fresnel über Optik wären physikalisch, diejenigen Brewster's naturhistorisch. Meist greifen aber, auch nach dieser Auffassung, beide Gesichtspunkte in einander, wie in der Geologie oder Meteorologie. Man gibt daher häufig den Unterschied zwischen Natur-

lehre und Naturgeschichte ganz auf und theilt die Naturwissenschaft nach dem behandelten Stoff ein. Die Optik wird, so gefasst, eine Lehre vom Licht, die Chemie eine Lehre von den Stoffen, die Botanik eine Lehre von den Pflanzen u. s. w; jede dieser Lehren wird möglichst erschöpfend, nach beiden Gesichtspunkten behandelt und steht direct unter dem allgemeinen Begriff der Naturwissenschaft. Will man indess das bisher angenommene Fachwerk möglichst beibehalten, so lässt sich die Naturwissenschaft auf folgende Weise eintheilen:

I. Naturlehre. Begründung und Entwicklung erklärender Principien.

a. Physik im engeren Sinn. Die Lebenserscheinungen ausgeschlossen Aggregat der Theorie'n, aus welchen die Erklärung unorganischer Dinge und Erscheinungen abzuleiten ist.

b. Physiologie, Biologie. Theorie der Lebensphänomene.

II. Naturgeschichte. Das Wissen von den Dingen und Erscheinungen selbst.

a. Monographische. Naturgeschichte einzelner Dinge und Erscheinungen. Dahin Kosmologie, das Weltganze als eine Einheit aufgefasst, daher Astronomie. Ferner, Physische Geographie und Geologie, Naturgeschichte des Meeres, Meteorologie, Naturgeschichte einzelner Gebirgssysteme, einzelner Erdbeben, einzelner Pflanzen oder Thiere, einzelner Gruppen gleichartiger Dinge und Individuen, daher auch physische Anthropologie.

b. Classificatorische. Chemie, oder Naturgeschichte der Stoffe. Mineralogie, oder Naturgeschichte der krystallinischen Körper. Botanik, Zoologie. Naturgeschichte der Vulcane, der Winde u. s. w. Die Anzahl der classificatorischen Naturgeschichten ist eben so wenig beschränkt, als diejenige der monographischen.

Jede dieser Naturgeschichten besitzt ihre besondere, meist derselben vorgesetzte Naturlehre, worin die aus ihr abgeleiteten allgemeinen Resultate, die zugleich als erklärende Principien ihres speciellen Inhalts dienen, zusammengefasst werden.

2. Grundlagen des Wissens.

Unsere Erkenntniss beruht, abgesehn von der mittelbar, durch Ueberlieferung erhaltenen, einerseits auf der zum Bewusstsein gelangten sinnlichen Wahrnehmung, auf Erfahrung, Empirie, andererseits auf dem reinen Denken, oder der Speculation. Ueber die Frage, ob die eine oder die andere dieser Grundlagen in höherem Grade oder ausschliesslich zu berücksichtigen sei, wenn wir nach wahrem Wissen streben, gehn die philosophischen Schulen nach zwei Seiten auseinander.

Der Sensualismus leitet alle unsere Vorstellungen ab von sinnlichen Eindrücken, alles Wissen ist empirischen Ursprungs. Durch Verbindung und Verarbeitung dieser Vorstellungen gewinnt der Verstand allgemeinere Begriffe und erhebt sich zu höheren Idee'n. Im Alterthum war diese Ansicht vorzüglich vertreten durch Aristoteles[8]), in neuerer Zeit durch Locke[12]). Weiter gehend führen Anhänger dieser Schule auch alles Denken auf körperliche Thätigkeiten zurück und läugnen eine neben oder über der Sinnlichkeit stehende Geisterwelt; im Gegensatz zu dem Dualismus des gemilderten Sensualismus, bildet das System sich aus als Materialismus und Atomismus, d. h. als die Lehre, dass alles Existirende aus der zufälligen Vereinigung kleiner untheilbarer Körperchen, Atome, entstanden sei. Diese oder ähnliche Ansichten vertheidigten im Alterthum Leukippos[4]), Demokrit[5]), Epikur[6]): Lucretius[9]) machte dieselben zum Gegenstand eines Lehrgedichts; im 17. Jahrhundert huldigten ihnen Gassendi[10]); im 18. Jahrhundert Hartley[16]), Priestley[25]), Condillac[21]), Hel-

vetius[22]), Delamettrie[17]), und die Verfasser der Encyklopädie, Diderot[20]) und D'Alembert[23]); in unserer Zeit mehrere deutsche Physiologen und Anhänger der älteren französischen Philosophie. Der Sensualismus von Locke und die Unzuverlässigkeit der sinnlichen Wahrnehmung führten Hume[19]) zum Skepticismus.

Der Spiritualismus findet die wahre Erkenntnissquelle in der Vernunft, im Selbstbewusstsein, und in angebornen, nicht aus der Erfahrung herstammenden Vorstellungen, oder Idee'n; diese Idee'n klar und rein aufzufassen, zu entwickeln und mit der Wirklichkeit zu vereinigen ist die Aufgabe der Philosophie. Unter den Griechen war es vorzüglich Plato[7]), der diese Lehre vortrug; in neuerer Zeit Cartesius[11]), Leibnitz[14]), die Schottländer Reid[18]), Steward[26]), Brown[32]); am Schluss des vorigen Jahrhunderts Kant[24]); in unserer Zeit die neue französische Schule von Royer-Collard[28]) und Maine-de-Biran[29]). Steigert sich der Spiritualismus bis zum Läugnen der äusseren Sinnenwelt, behauptet er, nur das Geistige habe Existenz, die Aussenwelt sei eine von ihm erzeugte Vorstellung ohne Realität, Denken und Sein, Gott und Welt gehn in einander auf, so wird er Idealismus und Pantheismus Zu dieser Lehre bekannten sich in der alten Zeit die Philosophen der Eleatischen Schule, Xenophanes[1]), Parmenides[2]), Zeno[3]); in neuerer Zeit Spinoza[13]), Berkeley[15]) und die Nachfolger von Kant, der sich bereits diesem Standpunkte angenähert hatte, Fichte[27]), Schelling[31]), Hegel[30]).

Wenn nicht innere Gründe dafür zeugten, schon aus diesem mehr als zweitausendjährigen, ja in das indische Alterthum zurückgehenden Streit über die Quellen der Erkenntniss, würde hervorgehn, dass unser Wissen bestimmte, der menschlichen Natur gesetzte Grenzen nicht zu überschreiten vermöge. Innerhalb dieser Grenzen hat auch die Naturwissenschaft sich zu halten, wenn sie auf sicherem, unbestrittenem Boden stehn will; sie

soll streben, sich klar zu werden, wie viel und was man, bei der Begründung unseres Wissens über die Natur, der einen und anderen Erkenntnissquelle einräumen will.

Wir finden in unserem Bewusstsein, gleichviel wie sie entstanden sei, die Vorstellung einer Aussenwelt. Dass dieser Vorstellung etwas Wirkliches entspreche, dass sie nicht ein Traum sei, kann nicht bewiesen, es muss geglaubt werden, und dieses Glauben stützt sich auf eine gleich feste innere Ueberzeugung, wie das an unser eigenes Dasein. In wie fern unsere Vorstellung der Aussenwelt der Wirklichkeit entspreche, lässt sich nicht entscheiden und jede Speculation hierüber ist haltlos; wir müssen die Natur nehmen wie sie uns erscheint, wie unser Organismus, wie unsere Denkformen es mit sich bringen. Beide nämlich, der Organismus und das Denkvermögen sind bei der Erzeugung jener Vorstellung thätig; sie ist nicht nur das Erzeugniss passiver Empfängniss sinnlicher Eindrücke, sondern auch der activen Mitwirkung des Geistes. Die sinnlichen Eindrücke, die als Empfindung zum Bewusstsein gelangen, sind zunächst nur Zustände, Erschütterungen, oder sonstige Eigenschaften unserer Nerven. Wie aus dem Reiz der Tastnerven die Empfindung von warm und kalt, von Schmerz und Lust, aus der ungleich schnellen Erzitterung der Gehörnerven die Empfindung hoher und tiefer Töne, aus derjenigen der Sehnerven die Empfindung verschiedener Farben, von hell und dunkel, von Grenzlinien und Figuren hervorgeht, wissen wir nicht.

Wollte man aber bei dieser Vermittlung zwischen Nervenreiz und Empfindung die Mitwirkung der Seelenthätigkeit in Zweifel ziehn, so kann sie unmöglich abgewiesen werden bei dem ferneren Act, des Uebergangs von der Empfindung zur Vorstellung einer Aussenwelt. Diese Vorstellung setzt die des Raumes voraus, und diese kann nicht eine aus den Sinneseindrücken abgeleitete sein, wenn sie auch erst durch dieselben klar zum Bewusstsein kommt; denn die Vorstellung des Raumes

ist für uns eine nothwendige, von der wir nicht, wie von allen sinnlichen Empfindungen uns frei denken können; wir müssen ferner den Raum uns als unbegrenzt, unendlich ausgedehnt denken, und die sinnlichen Eindrücke sind begrenzt; die Gestalt endlich der Dinge und ihre Lage im Raum, die Bewegung oder die Veränderung dieser Lage wird nicht unmittelbar, sondern durch Verbindung und Vergleichung vielfacher sinnlicher Wahrnehmungen, d. h. durch Urtheilen erkannt.

Wir unterscheiden ferner einzelne und mehrere Dinge, und dieser Gegensatz beruht auf der Vorstellung der Zahl, die aus dem Act des Zählens hervorgeht und von der Vorstellung der Zeit ausgeht. Auch diese ist eine ursprünglich unserem Geistesvermögen angehörende und nicht empirisch abgeleitete. Wir müssen uns eine Zeit denken unabhängig von jeder Erfahrung, eine Zeit ohne Anfang und ohne Ende, von welcher die in der Erfahrung liegenden, begrenzten Zeiten Theile sind, aus deren Vereinigung jedoch die Vorstellung einer über die Erfahrung hinaus rückwärts und vorwärts endlos sich fort erstreckenden Zeit nicht hervorgehn und jedenfalls sich uns nicht als eine nothwendige aufdringen könnte.

Wir finden uns genöthigt, für jedes Dasein, bei jeder Veränderung, nach einer Ursache zu fragen, durch welche sie, als Wirkung derselben, geworden seien, und auch diese Vorstellung der Causalität, dass Alles, was ist und vergeht, die Wirkung einer Ursache sei, kann nicht eine aus der Erfahrung abgeleitete sein, da wir aus dieser nur Kenntniss haben von nach einander, nicht von durch einander erfolgten Zuständen. In grösserer Allgemeinheit spricht die Causalität sich in dem Grundsatze aus, dass Alles, was in der Natur geschieht, mit Nothwendigkeit, nach unabänderlichen Gesetzen, Naturgesetzen, geschehe, in der Ausschliessung des Zufalls und der Willkür aus jeder wissenschaftlichen Betrachtung der Naturerscheinungen.

Zu den Vorstellungen, die durch unsere Denkformen uns

aufgenöthigt werden, ist auch die der Materie, oder des Stoffs zu rechnen. Wir unterscheiden, unabhängig von jeder Erfahrung, zwischen leerem und mit Stoff erfülltem Raum, d. h. zwischen einem geometrischen und einem physischen, oder materiellen Körper. Das alte Axiom *ex nihilo nihil fit* und die Unzulässigkeit, sich die Vernichtung des kleinsten Theiles von Materie zu denken, der Grundsatz der Beharrlichkeit des Stoffs beweisen ebenfalls, dass wir diese Vorstellung als eine nothwendige und ursprüngliche zu betrachten haben.

Selbst Theorie'n, deren Princip in der Fortpflanzung unsichtbarer kleiner Bewegungen besteht, wie die Undulationstheorie des Lichtes, sind gezwungen, zugleich einen Träger dieser Bewegungen, den Aether, einen durch keinen unserer Sinne sonst wahrnehmbaren, auf keine Art direct sich kund gebenden Stoff vorauszusetzen, weil Bewegung ohne ein Bewegtes nicht denkbar ist.

Kaum zu trennen von der Vorstellung eines Stoffs ist diejenige einer Substanz. Was wir an den Dingen wahrnehmen, Grösse, Gestalt, Farbe, Festigkeit u. s. w. sind nur Eigenschaften, der Verstand fordert ein Etwas, dem diese Eigenschaften zukommen, einen Träger derselben, und dieses Etwas, das wir nur durch seine Eigenschaften erkennen, heisst die Substanz der Dinge. In Folge dieser Vorstellung unterscheiden wir zwischen wesentlichen und zufälligen Eigenschaften, je nachdem dieselben durch die Substanz bedingt, mit ihr nothwendig verbunden sind, oder nicht. Elasticität z. B. ist eine wesentliche Eigenschaft der atmosphärischen Luft, nicht aber eine bestimmte Dichtigkeit oder Temperatur. Da jedoch die Substanzen selbst, von ihren Eigenschaften getrennt, sich unserer Wahrnehmung entziehn, so ist die Unterscheidung allerdings oft schwierig. So galten schwarze Farbe und Undurchsichtigkeit als wesentliche Eigenschaften des Kohlenstoffs, bis der Diamant als Kohlenstoff erkannt wurde. — In enger Verbindung mit dieser

Unterscheidung steht der Begriff der Aehnlichkeit, das Princip jeder Classification und Nomenclatur. Das Zusammenfassen vieler Dinge unter gemeinschaftlichen Namen, *Thier*, *Baum*, *Berg*, *Strom*, beruht auf dem Erkennen einer Uebereinstimmung derselben in Eigenschaften, die wir, ohne meist uns dessen deutlich bewusst zu werden, als wesentliche betrachten, während sie in zufälligen Eigenschaften unter sich abweichen können, und diese theilweise Uebereinstimmung ist die Aehnlichkeit. Die gewöhnliche Sprache ist in der Unterscheidung der Merkmale oft schwankend, oft auch greift sie fehl und hält für wesentlich was zufällig ist. Die Wissenschaft sucht zunächt dem Irrthum vorzubeugen durch Fixirung der beschreibenden Eigenschaftsworte, d. h. durch eine genaue Terminologie; die Trennung des Wesentlichen vom Zufälligen kann jedoch nicht anders durchgeführt werden, als durch das Eingehn auf die Substanz, oder das innere Wesen der Dinge.

Noch andere ursprünglich uns inwohnende, von jeder sinnlichen Erfahrung und jeder Willkür unabhängige Vorstellungen wären anzuführen, als Beweise, dass unsere Auffassung der Natur, sowohl auf rationaler, als auf empirischer Grundlage stehe; die angeführten indess sind bei der Begründung der Naturwissenschaft die wichtigsten. Aus den drei ersten sind besondere speculative oder reine Wissenschaften hervorgegangen, deren Sätze den Charakter der für den Verstand zwingenden Evidenz der Grundvorstellung an sich tragen und denselben auch allen Resultaten mittheilen, die durch ihre Anwendung auf empirische Fälle abgeleitet werden; sofern nur der durch sie begründete Theil des Resultats, nicht aber der aus der Erfahrung hergenommene in Frage steht. Die Vorstellung des Raumes ist der Grundbegriff der Geometrie, diejenige der Zahl der Grundbegriff der Arithmetik, diejenige der Causalität der Grundbegriff der Mechanik. Zuweilen werden die drei Wissenschaften als Mathematik, Grössenlehre, zusammengefasst; gewöhnlich

beschränkt man jedoch diese allgemeine Wissenschaft nur auf Geometrie und Arithmetik, weil die Mechanik noch nicht die Reinheit und Evidenz der Principien und die allgemeine Ausdehnung auf alle Fälle ihres Gebietes erreicht hat, welche den beiden ersten Wissenschaften zukommen.

Wiederholt hat die Speculation versucht, auch die Vorstellung der Materie zum Ausgangspunkt einer reinen Wissenschaft zu machen, in der sicheren Erwartung, dass eine abstracte, zu nothwendigen Schlüssen berechtigte Stofflehre, mehr noch als Mathematik und Mechanik, zur festen Begründung und Gestaltung der Naturwissenschaft beitragen müsste. Bis jetzt sind jedoch diese Versuche nicht von Erfolg gewesen, und die reine Stofflehre hat sich nie über die ersten Grundsätze zu erheben vermocht. Zu diesen gehört der Grundsatz der Beharrlichkeit des Stoffs, auf welchen die Chemie sich stützt, das Princip, dass unter allen Veränderungen und Umwandlungen die Menge des Stoffs dieselbe bleibe.

[1]) Xenophanes (lebte um 540 a. C. und erreichte ein hohes Alter) geb. zu Kolophon in Jonien. Vertrieben aus seiner Vaterstadt bleibt er zu Elea, später Velia, in Unteritalien, südlich von Pæstum, und wird Stifter der Eleatischen Schule. Setzte seine Ansichten in Gedichten auseinander. Lehrt die Ewigkeit aller Existenz nach dem Axiom *aus Nichts wird Nichts*, die Einheit Gottes, die Unmöglichkeit einer Vielheit, daher Pantheismus, das Trügerische aller sinnlichen Wahrnehmung.

[2]) Parmenides (lebte um 500 a. C.) geb. zu Elea. Trug seine Lehre vor in einem Gedicht *Ueber die Natur*. Nur die Vernunft erkennt die Wahrheit, was die Sinne erkennen ist Schein. Alles Seiende ist Eins und ewig. Die Vorstellungen von Raum und Zeit, von Vielheit, Werden und Veränderung entstehn aus der Täuschung der Sinne.

[3]) Zeno (lebte um 480 a. C.) von Elea. Schüler des Parmenides und Vertheidiger seiner Lehre, in Dialogen und mit künstlicher Dialektik, oft an die spätere Sophistik grenzend. Litt mit grosser Standhaftigkeit den Tod in Folge einer Verschwörung gegen einen Tyrannen Elea's. — Nicht zu verwechseln mit dem viel späteren Zeno aus Cypern, dem Stifter der stoischen Schule.

4) Leukippos (Zeitalter und Geburtsort ungewiss; wahrscheinlich Zeitgenosse von Parmenides, wo nicht älter). Wird als Gründer der atomistischen Schule betrachtet, soll indess ein Schüler der Eleaten gewesen sein. Seine Lehre kann nicht unterschieden werden von derjenigen von

5) Demokritos (geb. um 500 a. C. zu Abdera). Durch viele Reisen und den Umgang mit älteren Philosophen im Besitz mannigfaltiger Kenntnisse, besonders in Mathematik und Naturwissenschaften. Schüler des Leukippos, nach Anderen des Anaxagoras. Das Materielle allein hat Existenz und besteht aus kleinsten Theilchen, Atomen, von unendlich verschiedener Gestalt, aus deren Vereinigung Körper und Welten entstehn, getrennt durch leeren Raum. Die Atome sind nicht geworden, sondern ewig. Die Seele, so wie das Feuer bestehn aus sehr beweglichen, kugelförmigen Atomen. Die Sinne erkennen nur die durch veränderte Verbindung der Atome erzeugten Erscheinungen, nicht das Wesen der Dinge. Der sinnliche Eindruck entsteht, indem Bilder, *Eidola*, der Gegenstände sich von diesen losreissen und in die Seele eindringen.

6) Epikuros (337-270) von Athen, wo er eine philosophische Schule hielt. Folgt dem atomistischen System und der Psychologie von Demokrit. Die Ethik, als Glückseligkeitslehre, vorherrschend.

7) Platon (429-348) aus Athen. Schüler des Sokrates, aber auch auf Reisen, besonders nach Sicilien, gebildet und vertraut mit der Philosophie der Pythagoräer und Eleaten, deren Ansichten grossen Einfluss auf ihn ausgeübt haben. Seine Schriften meist Dialogen. — Die Wahrheit, das Wesen der Dinge, nur erkannt durch die Vernunft vermittelst angeborner Idee'n, durch die Sinne das Veränderliche, das Werden, der Wechsel. Die Uebereinstimmung der Idee'n mit der Aussenwelt setzt ein gemeinsames Princip voraus und dieses ist Gott, die höchste, vernünftige Ursache der Welt.

8) Aristoteles (384-322), geb. zu Stagira, an der Ostküste von Thracien. Schüler von Platon, Erzieher Alexander des Grossen. Stifter der Peripatetischen Schule in Athen. Zu seinen wichtigeren Schriften das *Organon*, die *Physik*, *Meteorologica*, *De coelo*, *Historia animalium*. Alle Gebiete des Wissens umfassend, bereicherend, gestaltend. Mehr kalt verständig, trennend und ordnend, als ideal; ausgezeichnet durch die feinste Dialektik.

[9]) T. Lucretius Carus (95-51) geb. zu Rom, starb im Wahnsinn durch Selbstmord. Sein Lehrgedicht *De rerum natura* enthält die Lehren der atomistischen Schule von Demokrit und Epikur.

[10]) Gassendi (1592-1655), Sohn eines Bauern bei Digne, Gegner der herrschenden Aristotelischen Philosophie. Von seltener Begabung und Gelehrsamkeit. Professor der Mathematik am Collège royal in Paris. Freund von Galilei und Kepler. Sein Hauptwerk *De vita et moribus Epicuri* 1647.

[11]) Cartesius (1596-1650), René Descartes, in Touraine geb., in einem Jesuitencollegium gebildet und enge befreundet mit Mersenne. Zuerst Militär; dann, nach längeren Reisen, in Holland den Studien lebend, zuletzt in Stockholm am Hof der Königin Christine. Begründer der analytischen Geometrie und einer neuen, vom Selbstbewusstsein *(cogito, ergo sum)* ausgehenden Philosophie. Seine wichtigste Schrift: *Principia philosophiæ* 1644.

[12]) Locke, John (1632-1704). Der grösste Philosoph England's. Bestreitet die angebornen Ideen und hält sinnliche Wahrnehmung für die einzige Quelle der Erkenntniss. Ein ruhiger, klarer, aber nicht tiefer Denker. Von grossem Einfluss auf seine Zeit durch sein *Essay on human understanding* 1690.

[13]) Spinoza (1632-1677), Jude in Amsterdam, später von seinen Glaubensgenossen sich trennend, findet seinen Unterhalt als Optiker und lebt nur für Philosophie. Erst Anhänger von Cartesius, durch diesen zum Pantheismus geführt, den er aus den Grundbegriffen der Substanz und Causalität mit grosser Geistesschärfe vertheidigt.

[14]) Leibnitz (1646-1716), geb. zu Leipzig, später in Hannover. Von ausgebreiteter Gelehrsamkeit. Erfinder der Differentialrechnung. Neigt sich zu Platon und Cartesius. Es giebt angeborne Ideen, die aber entwickelt und klar gemacht werden müssen, ihr Charakter die Nothwendigkeit. Gott ist die ursprüngliche einfache Substanz, oder Monas, von welcher alle Seelen und Kräfte als endliche, beschränkte Monaden abgeleitet sind.

[15]) Berkeley (1684-1753), geb. in Irland, wo er als Bischof von Cloyne starb. Findet im Sensualismus den Grund des Atheismus und Skepticismus; läugnet die Wirklichkeit der Körperwelt und vertheidigt den absoluten Idealismus.

[16]) Hartley (1704-1757), Arzt in London und Bath.

Führt die geistige Thätigkeit zurück auf Nervenschwingungen und ein feines Fluidum. Schrieb *Observations on man etc.* 1749.

17) Delamettrie (1709-1751). geb. in S. Malo, Zögling der Jesuiten. Studirt Medicin, dann Militärarzt. Betrachtet in einer Krankheit den Einfluss seines körperlichen Zustandes auf seinen Geist und hiedurch für Materialismus gewonnen. Wegen seiner *Histoire naturelle de l'ame* 1745 aus Frankreich nach Holland fliehend; auch von hier, wegen *L'homme machine* 1748, vertrieben, am Hof von Friedrich II aufgenommen, wo er stirbt.

18) Reid, Thomas (1710-1790). Studirt in Aberdeen, dann Professor der Philosophie daselbst und später in Glasgow. Bestreitet die Ansichten von Berkeley und Hume und wird Gründer der schottischen Philosophie. Seine wichtigste Schrift, *Essays on the power of the human mind* 1764.

19) Hume, David (1711-1776), geb. zu Edinburgh, aus gräflicher Familie. Widmet sich erst der Handlung, dann bald in Frankreich den Wissenschaften lebend, auch in diplomatischen Anstellungen. Die Vorstellung von Ursache und Wirkung ist nach ihm eine in der Gewohnheit begründete Täuschung, entstanden durch die Wahrnehmung wiederholter Aufeinanderfolge gleichartiger Erscheinungen. Als classischer Geschichtsschreiber von England eben so berühmt, wie durch seine philosophischen Schriften: *Treatise on humane nature* 1739, *Essays*, 1770.

20) Diderot (1713-1784), Schüler der Jesuiten, von vielseitigster Bildung, ausgezeichneter Aesthetiker und Belletrist. Mehr durch seine Angriffe auf jede positive Religion, als durch directe materialistische Lehren bekannt.

21) Condillac (1715-1780). Gründet die sensualistische Schule in Frankreich durch sein *Essai sur les connaissances humaines* 1746 und besonders sein *Traité des sensations* 1754. Ernst und von grösserer Tiefe als Locke.

22) Helvetius, Claude-Adrien (1715-1771). Nachkomme einer Reihe berühmter Aerzte (der ursprüngliche Familienname hiess *Schweizer*), Generalpächter und in luxuriösem Wohlstand, Beschützer des Talents und von grosser Wohlthätigkeit, dann eine Stelle am Hof bekleidend. Seine, zwar anonyme Schrift *De l'Esprit* 1758, lehrt crassen Materialismus und sehr frivole Moral. Sie wird öffentlich verbrannt und kostet ihm seine Stelle.

23) D'Alembert (1717-1783). Findlingskind in Paris, den grössten Theil seines Lebens, in sehr beschränkten Verhältnissen, der Wissenschaft lebend. Einer der ersten Mathematiker; durch sein *Traité de Dynamique* 1743 erhielt die Mechanik

eine neue Gestalt. Eben so ausgezeichnet durch Reinheit und Eleganz seines Styls.

[24]) Kant, Immanuel (1724-1804), geb. und Professor in Königsberg. Er erhob sich gegen den in Deutschland herrschenden Eklekticismus, ein Gemisch englischer, französischer und Leibnitz-Wolfischer Philosophie und gegen den Skepticismus von Hume, in seiner *Kritik der reinen Vernunft*, 1780. Alle menschliche Erkenntniss ist entweder empirisch, oder a priori, aus reiner Vernunft. Die Sinne täuschen uns nicht, aber sie lehren uns nur Erscheinungen kennen, denen etwas Wirkliches ausser uns zum Grunde liegt; was das aber ist, kann der menschliche Verstand nicht erforschen. Die Vernunft trägt in sich eine reine Form, einen Inbegriff von Verhältnissen, die in der Natur des menschlichen Erkennens gegründet sind; was diese Form mit sich bringt, das erkennen wir a priori; mathematische und philosophische Erkenntniss ist nur Erkenntniss der formellen Gesetze des Denkens, nicht der Wirklichkeit selbst.

[25]) Priestley (1733-1804). Theolog und Physiker, sehr verdient durch seine Entdeckungen über die Gasarten. Durch die Schriften von Hartley für den Materialismus gewonnen und mit Hohn gegen die Schule von Reid auftretend. Als Dissenter-Prediger mit der Hochkirche zerfallen und der Neigung zur französischen Revolution verdächtig, verliert er zu Birmingham, in einem Pöbelauflauf, den grössten Theil seiner Habe und zieht nach Pennsylvanien, wo er stirbt.

[26]) Steward, Dugald (1753-1828). Sohn von Mathias Steward, Prof. der Mathematik in Edinburgh. Studirt in Glasgow als Schüler und Freund von Reid, dann Professor in Edinburgh, erst an der Stelle seines Vaters, dann der Philosophie. Durch seinen klaren, anregenden Vortrag und seine *Elements of the philosophy of the human mind* 1792-1827, 3V, kam erst die Philosophie von Reid zu grösserer Anerkennung.

[27]) Fichte, Joh. Gottl., (1762-1814). In der kantischen Schule gebildet, Professor in Jena, später in Erlangen und Berlin. Entwickelt die Grundlehren des menschlichen Erkennens in seiner *Wissenschaftslehre*, 1794, als transcendenten Idealismus. Die Vernunft erkennt ursprünglich nur sich selbst, das Ich, aus dem Selbstbewusstsein ist daher alle andere Erkenntniss abzuleiten; was wir von der Aussenwelt, dem Nicht-Ich, wissen, ist ein Product der Vernunft.

[28]) Royer-Collard (1763-1845). Geb. bei Vitry le François, Dpt. de la Marne. Advocat, gemässigter Royalist

von den Ansichten des Kreises der Frau von Staël, Mitglied der meisten politischen Kammern; auch, obgleich furchtsam, thätig für die Restauration der Bourbons. Sucht die Philosophie des 18. Jahrhunderts zu bekämpfen durch Verbreitung der schottischen Philosophie von Reid. Hierin auch von Napoleon theilweise begünstigt. Später von den Ultra's sich trennend und das Ministerium Decazes unterstützend. — Sein vorzüglichster Schüler Jouffroy.

29) Maine-de-Biran (1766-1824). Geb. in Guienne. Unter den Gardes-du-corps von Louis XVI; nach ihrer Auflösung Advocat in seiner Heimath. Unter Napoleon Mitglied der Fünfhundert und des Corps législatif Unter der Restauration in Staatsämtern, als gemässigter Royalist, in den Kammern sich dem Centrum anschliessend. — Bildet seine Ansichten vorzüglich nach Descartes und Leibnitz und sucht die Philosophie auf Psychologie zu gründen. Ihm folgte in früherer Zeit auch Cousin.

30) Hegel (1770-1831), aus Stuttgart, studirt in Tübingen, Professor in Heidelberg, dann in Berlin. Schwer verständlich, sowohl wegen mangelhafter, dunkler Sprache, als durch seine Dialektik. Sein pantheistisches System auseinandergesetzt in seiner *Encyklopädie der philosophischen Wissenschaften* 1818. Die Vernunft, oder absolute Idee, ist das allein Existirende; sie entäussert sich in der Natur; aus dieser hat der Geist sich empor zu entwickeln und durch seine Verflechtung mit der von ihm eingebildeten Natur entsteht die Vorstellung der Individualität; nach Abstreifung der Natürlichkeit erscheint der Geist wieder als allgemeine einheitliche Vernunft.

31) Schelling (1775-1854), geb in Würtemberg, Schüler von Fichte und sein Nachfolger in Jena, dann Professor in München und Berlin, Begründer der Identitäts- oder Naturphilosophie. Die Natur ist bewusstlose Vernunft und nicht für sich bestehend; im menschlichen Geist wird die Vernunft sich ihrer selbst bewusst. Das Reale, die Substanz, ist eine Selbstbejahung, ein Sichselbstsetzen der Vernunft, oder des Absoluten, aus diesem Act entstehn die Formen von Raum und Zeit, welche abstract, von dem Realen getrennt, keine Wirklichkeit haben.

32) Brown, Thomas (1778-1820). Der beste Schüler und später Nachfolger von Stewart, als Professor der Philosophie in Edinburgh. Gelangte vorzüglich zu grösserem Ruf durch seine Widerlegung der Ansichten von Hume über Ursache und Wirkung 1804.

3. Mathematik.

Die Geometrie und Arithmetik verdanken die Sicherheit ihrer Lehrsätze der Klarheit ihrer Principien und der logischen Schärfe ihrer Folgerungen. Die Principien bestehn in Grundsätzen, *Axiomata*, die an sich evident und nur der bestimmte Ausdruck der einfachsten Vorstellungen sind; („das Ganze ist grösser als sein Theil," „die gerade Linie ist der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten"), in Erklärungen, *Definitionen*, welche die Bedeutung und die Grenzen aller neu eingeführten Begriffe bestimmen, und in Aufgaben, *Problemen*, deren Zweck ist, die neu eingeführten Begriffe durch Construction, d. h. Hervorbringung ihres Gegenstandes vollkommen klar zu machen und als mögliche nachzuweisen („über einer gegebenen Linie ein gleichseitiges Dreieck zu beschreiben"). Die abgeleiteten Lehrsätze, *Theoremata*, stützen sich zunächst auf die festgestellten Principien, und ihre Beweise dürfen nichts voraussetzen, was in diesen nicht enthalten ist; die bewiesenen Sätze werden die Grundlage neuer Sätze, und auf gleichem Wege fortschreitend erhebt man sich allmählig zu den verwickeltesten Folgerungen.

Die Methode und Beweisführung heisst synthetisch, *progressiv*, *a priori*, wenn sie, von den Principien oder einfacheren Lehrsätzen ausgehend, durch Verbindung mehrerer derselben zu dem neuen Satze gelangt (der gewöhnliche Beweis des Pythagoräischen Lehrsatzes), analytisch, *regressiv*, *a posteriori*, wenn der neue Satz, als etwas Gegebenes, in seine Bestandtheile und Voraussetzungen zerlegt und gezeigt wird, dass diese mit früher bewiesenen Sätzen, oder Grundsätzen übereinstimmen (wenn, zum Beweis des angeführten Lehrsatzes, nachgewiesen wird, dass, wenn in einem Dreieck das Quadrat einer Seite gleich ist der Quadratsumme der beiden anderen, das Dreieck rechtwinklicht sein müsse). Die Synthese verfolgt gleichsam den Strom von den Quellen bis zur Mündung

und macht aufmerksam auf alle Zuflüsse, die Analyse steigt rückwärts von der Mündung des vollen Stromes nach seinem Quellenbezirk und wird auf diesem Weg bekannt mit dem Ursprung. Beide Methoden sind auf Zahlgrössen, wie auf Raumgrössen anwendbar. Indess wurden in der Geometrie, von Euclid bis auf Newton, vorzugsweise synthetische Beweise gegeben; die analytischen Methoden dagegen werden häufig in der höheren Arithmetik benutzt. Daher bezeichnet Synthesis, nach neuerem Sprachgebrauch, eine Forschung oder Beweisführung durch Figuren und geometrische Constructionen, Analysis eine mit Hülfe von arithmetischen Symbolen. Die erstere gewährt den Vortheil, dass die Aufmerksamkeit stets den Gegenstand im Auge behält, und die mehrfachen Constructionen, die man zur Lösung der Aufgabe versuchen muss, regen den Scharfsinn zu höherer Thätigkeit an; im Gebrauch der analytischen Symbolik verzichtet man dagegen auf Anschauung und erst am Schluss der Rechnung kehrt man zum Gegenstand zurück. Auch möchte man glauben, die Geometrie führe zu vielseitigeren Resultaten, da der Raum sich nach drei Dimensionen ausdehnt, die Zeit- und Zahlgrösse aber gleichsam linear, nur nach einer Richtung ausgedehnt ist. Die Analysis überwiegt indess diese Vortheile durch die Allgemeinheit ihrer Resultate, welche nicht nur den speciell behandelten Fall, sondern auch alle ähnlichen umfassen, und durch die leichte Behandlung ihrer Symbolik, welche zur Lösung von Aufgaben führt, die man mit Hülfe geometrischer Constructionen niemals zu behandeln gewagt hätte. Indessen lässt jede Grösse, daher auch die Raumgrösse, sich durch eine Zahl ausdrücken, und umgekehrt jede Zahl durch eine Raumgrösse; die Trennung zwischen beiden Gebieten ist daher keine absolute, und jeder auf dem einen gewonnene Sieg trägt auf dem anderen seine Früchte.

Die Anwendung der Arithmetik auf Geometrie, vorzüglich durch Descartes eingeführt, gibt den Bedingungen der Lage

und Figur einer Raumgrösse den Ausdruck einer Gleichung zwischen zwei oder drei veränderlichen Grössen, x, y, z. Diese entsprechen den Dimensionen, oder Coordinaten der Raumgrösse, während die Form der Gleichung und die in ihr vorkommenden constanten Grössen die Bedingungen enthalten, unter welchen ein durch seine Coordinaten bestimmter Punkt der Raumgrösse angehört. Alle diese letztere betreffenden Lehrsätze und Aufgaben werden aus der Gleichung durch Rechnung abgeleitet.

Das umgekehrte Verfahren wird benutzt, um verwickeltere Verhältnisse zwischen zwei oder drei veränderlichen Zahlen zu klarerer Uebersicht zu bringen. Die Grössen werden als Coordinaten einer Raumgrösse betrachtet, deren durch Construction gefundene Lage und Figur die Verbindung der zu Grunde gelegten Zahlen darstellt.

Unter den mannigfaltigen Methoden, Kunstgriffen, Symbolen, welche die Mathematik erdacht hat, um den schwierigsten Aufgaben gewachsen zu sein, hat die Methode der Grenzen zu den wichtigsten Resultaten geführt. Auf den Satz, dass, was von einer Grösse gilt, die sich einer Grenze unbestimmt nähern kann (in- oder umschriebene Polygone von unbestimmter Seitenzahl, die sich dem Kreis nähern), auch für die Grenze selbst Geltung habe, beruht die Exhaustionsmethode der Alten, häufig benutzt von Euclides und Archimedes, und der Infinitesimalcalcul, die Differential- und Integralrechnung, Fluxionsrechnung von Leibnitz und Newton. Auf diesem Gebiet vorzüglich hat die Analysis in neuerer Zeit ihr grosses Uebergewicht über die synthetische Behandlung mathematischer Probleme bewiesen.

Die Bestimmung der Eigenschaften aller wichtigeren Raum- und Zahlgrössen ist die nächstliegende Aufgabe der Mathematik; der vorherrschende Inhalt, besonders des höheren Theils derselben, besteht aber in der Auseinandersetzung der vielen Me-

thoden, Constructionen und Rechnungsarten, die zur Auflösung der verschiedenartigsten Aufgaben dienen können; sie ist eine grosse Waffen- und Maschinensammlung, zum Gebrauch der Naturforschung, der Industrie, der Staatswirthschaft ausgerüstet, worin man bei jeder über Grössenverhältnisse vorkommenden Schwierigkeit die beste und kürzeste Lösung vorbereitet findet.

4. Geschichte der Mathematik.

Die Griechen hatten auf dem Wege der Synthese in der Geometrie bedeutende Fortschritte gemacht, während algebraisches Rechnen ihnen beinah unbekannt blieb. Pythagoras[1]) suchte die Philosophie mathematisch zu begründen; sein Name haftet an einem der wichtigsten geometrischen Lehrsätze. Zur Zeit von Plato, und in seiner Schule mit besonderem Eifer, beschäftigte man sich mit den Kegelschnitten und benutzte sie zur Lösung des Problems der Verdopplung des Würfels. Ein Schüler von Plato, Euclides[2]), Lehrer an der neu gestifteten Schule in Alexandrien, sammelte und ordnete die damals bekannten elementaren Lehrsätze. Archimedes[3]) fand zuerst durch Annäherung das Verhältniss des Durchmessers zum Kreise, die Quadratur der Parabel, das Verhältniss der Kugel zum umschriebenen Cylinder. Apollonius von Perga[4]) verfasste ein ausgezeichnetes Werk über die Kegelschnitte; Hipparchos[5]) legte den ersten Grund zur Trigonometrie; Theodosius[6]) schrieb eine sphärische Geometrie, *Sphærica*, über die Kreise auf der Kugel; Pappus[8]) hinterliess eine Sammlung älterer mathematischer Arbeiten. — Das älteste analytische Werk ist die Arithmetik von Diophantes[7]), mit scharfsinnigen Auflösungen, besonders aus der Classe der unbestimmten Gleichungen; in den verlornen Büchern wahrscheinlich auch die Auflösung der Gleichungen zweiten Grades enthaltend. Einen Commentar dazu hatte die gelehrte Hypatia[9]) geschrieben.

Wie die Astronomie wurde von den Arabern die Mathematik mit Vorliebe und Erfolg gepflegt. Ihnen verdankt man die Einführung unseres Ziffersystemes und der damit üblichen Rechnungsmethoden, ihnen ferner unsere, mit dem dekadischen Ziffernsystem aus Indien stammende Algebra, die von der Methode Diophant's wesentlich verschieden ist, ihnen endlich die Einführung der Sinus in der Trigonometrie, statt der Chorden, deren sich die Griechen bedient hatten. Nach indischen Quellen schrieb, unter Al-Mamun (812), Mohammed-ben-Musa[10]) ein Lehrbuch der Algebra.

In den christlichen Ländern soll das dekadische Ziffersystem bekannt geworden sein durch Gerbert[11]); die Algebra (1202) durch Leonard Fibonacci von Pisa[12]). Die letztere Wissenschaft gewann aber erst durch das gedruckte Lehrbuch *Summa de Arithmetica et Geometria*, 1494, von Lucas de Burgo[13]) in Venedig, grössere Verbreitung. Tartaglia[16]), Cardan[17]) und Ferrari[18]) fanden Lösungen der Gleichungen des 3. und 4. Grades, welche etwas später von Bombelli[19]) ergänzt wurden. In Deutschland machte Regiomontanus[14]) sich verdient durch Bearbeitung der griechischen Geometer und Fortschritte in der Trigonometrie; dieselbe Bahn verfolgte mit Ruhm Werner[15]) in Nürnberg. Eine wichtige Erweiterung erhielt die Algebra durch Viète[20]), der allgemeiner, als es vor ihm war versucht worden, die Buchstaben zur Bezeichnung auch bekannter Grössen anwandte und hiedurch, sowohl den Gleichungen eine ausgedehntere Bedeutung gab, als auch die Anwendung der Algebra auf Geometrie anbahnte. Seine Untersuchungen über die Gleichungen höherer Grade wurden in England vervollständigt durch Harriot[21]), der auch die Bezeichnung, die Symbole, vereinfachte. Eine grosse Erleichterung, ohne welche die späteren Fortschritte der Naturwissenschaften und besonders der Astronomie nicht möglich gewesen wären, brachte dem Rechnungswesen die Erfindung der Logarithmen durch Neper[22]) und die

Berechnung der ersten Tafeln durch Briggs[23]) (1618). Auch die Geometrie der Curven gewann eine neue Gestalt und grossen Aufschwung durch Descartes, der, in seiner *Géométrie*, 1637, die Methode der Coordinaten bekannt machte und, allgemeiner als bisher, die Algebra auf geometrische Probleme anwandte. Durch ihn zuerst wurden die Potenzen nach der jetzt üblichen Weise bezeichnet. Die Arbeiten über die Curven einfacher und doppelter Krümmung, ihre Tangenten, ihre Quadratur, ihre Schwerpunkte, zugleich mit analytischen Untersuchungen über die Reihen, über die Natur der Zahlen, über Maxima und Minima, über Wahrscheinlichkeitsaufgaben beschäftigten in Italien Cavalleri[26]), in Frankreich Mersenne[24]), Pascal[29]), Fermat[25]), Roberval[27]), in den Niederlanden Huyghens[30]), in England Wallis[28]) und Barrow[31]), und bereiteten den Boden für die wichtigen Entdeckungen der folgenden Epoche.

Cavalleri, Wallis, Barrow, besonders aber Fermat, dessen Arbeiten jedoch erst später bekannt wurden, waren bereits auf analytische Methoden geführt worden, welche der von Newton[32]) Fluxionsrechnung, von Leibnitz Differentialrechnung genannten sehr nahe standen. Beide hatten den neuen Calcul von einander unabhängig gefunden und vielfach benutzt, bevor sie ihn bekannt machten. Newton war früher im Besitz desselben, Leibnitz kam ihm zuvor in der Veröffentlichung, und durch seine Schüler und Freunde, Jacob und Johann Bernoulli[33]), fanden bald die schwierigsten Probleme über die Curven und alle Theile der angewandten Mathematik eine leichte Lösung. Durch Johann Bernoulli war der Marquis de l'Hôpital[34]) in die neue Rechnungsart eingeführt worden, und, als *Analyse des infiment petits*, 1696, gab er die erste nähere Anleitung dazu heraus. Verwandte Theile der Analyse wurden erweitert durch Cotes[36]) und Taylor[37]). Der grössere Theil des 18. Jahrhunderts erfreute sich rasch auf einander folgender Anwendungen des Infinitesimal-

calculs und der glücklich fortschreitenden Lösung der hiebei sich darbietenden analytischen Schwierigkeiten, wodurch die neue Methode selbst immer grössere Allgemeinheit und Einfachheit gewann. Die wichtigsten Verdienste erwarben sich auf dieser Bahn Daniel Bernoulli[30]), Sohn von Johann, Niklaus Bernoulli[30]), sein Neffe, und vorzugsweise Euler[40]), der auf dem früher gelegten Grunde das Gebäude der neueren Analysis nach allen Seiten zum Ausbau brachte, und dessen *Introductio in analysin infinitorum* 2V, 1748, *Institutiones calculi differentialis* 2V, 1755 und *Institutiones calculi integralis* 3V, 1768, immer noch als Hauptwerke über höhere Analysis Geltung haben. Mit ihnen wetteiferten in Frankreich D'Alembert, Clairaut[41]), in Genf Cramer[39]), in England und Schottland Moivre[35]) und Maclaurin[38]). Gegen Ende des Jahrhunderts schienen Lagrange[42]) und Laplace[44]) den Ruhm selbst von Euler überstrahlen zu wollen; auch Legendre[45]) erweiterte die Grenzen der Analyse; Monge[43]) wurde Begründer der darstellenden Geometrie, indem er die Methode der Coordinaten auf Zeichnung zurückführte.

[1]) Pythagoras (584-504 a. C.). Geb. zu Samos; gebildet auf Reisen in Griechenland, Vorder-Asien, Aegypten; Stifter einer Schule in Kroton mit Geheimlehre und geheimem Gottesdienst. Sein Bund verfolgt und vertrieben. Die Nachrichten über seine Geburt und sein Leben mythisch. Seine Lehre gieng aus von der Zahl; seine Psychologie, Physik, Ethik suchten Analogien mit Zahlverhältnissen; seine Astronomie soll die Sonne in die Mitte der Welt gesetzt haben.

[2]) Euclides (lebte um 300 a. C.) gieng mit den Ptolemäern nach Alexandrien, als Lehrer der Geometrie. Beschäftigte sich auch mit Astronomie, Musik und Optik. Seine *Stoicheia* oder *Elemente* der Geometrie erhielten bis auf unsere Zeit ihren grossen Ruf nicht zu übertreffender Strenge der Beweisführung.

[3]) Archimedes (287-212) in Syrakus unter König Hiero; fand seinen Tod bei der Eroberung der Stadt unter Marcellus, nachdem er durch seine Maschinen Vieles zur Vertheidigung beigetragen hatte. Begründete die Statik durch die Lehre

vom Schwerpunkte und vom geradlinigen Hebel, die Hydrostatik durch seine Arbeit über die schwimmenden Körper.

4) Apollonius von Perga (lebte um 200 a. C.). Von Perga in Pamphilien, aber unter den Nachfolgern Euclid's in Alexandrien gebildet und auch später dieser Schule angehörend. Der grösste Mathematiker des Alterthums. Unter seinen zahlreichen Arbeiten, die bei Griechen und Römern in hohem Ansehn standen, behaupten seine VIII Bücher *Conicorum* den ersten Rang; sie behandeln die schwierigsten Probleme und geben (nach dem Urtheil von Montucla) eine vollständigere und allgemeinere Theorie der Kegelschnitte als mehrere der besten Werke des vorigen Jahrhunderts.

5) Hipparchos (lebte um 140 a. C.). Von Nicæa in Bithynien, meist aber, theils in Rhodos, theils in Alexandrien lebend. Begründer der Astronomie durch bessere Bestimmung der Orte der Fixsterne und Entdeckung der Präcession, genauere Beobachtung des Laufs der Sonne und des Mondes, Entdeckung der Excentricität der Sonnenbahn.

6) Theodosius (das Zeitalter ungewiss, wahrscheinlich im Jahrhundert a. C.) von Tripolis (ob in Syrien oder in Afrika unentschieden).

7) Diophantes (lebte um 350 p. C.). In Alexandrien. Von seinen XIII Büchern *Arithmeticorum* sind nur die sechs ersten erhalten, worin auch die Auflösung von Gleichungen des 2. Grades versprochen wird. Die scharfsinnige Behandlung der zum Theil schwierigen Aufgaben lässt den Verlust der fehlenden Bücher sehr bedauern.

8) Pappus (lebte um 400 p. C.). Der Schule in Alexandrien angehörend. Seine *Collectiones mathematicæ* enthalten viele Auszüge aus jetzt verlornen Schriften. Man lernt aus denselben die analytische Geometrie der Alten kennen, ihre Versuche, die Probleme der Verdopplung des Würfels und der Trisection der Winkel zu lösen; man findet darin bereits die Regel von Guldin über das Volumen von Umwälzungskörpern, einen Lehrsatz, den Pappus selbst gefunden zu haben scheint.

9) Hypatia (starb 415), Tochter des berühmten Mathematikers Theon in Alexandrien; von den Anhängern des Patriarchen Cyrill gesteinigt und in Stücke zerrissen. Schrieb einen Commentar zu *Apollonius Pergæus*, berechnete astronomische Tafeln.

10) Mohammed-ben-Musa. Die drei Söhne von Musa-ben-Shazer zeichneten sich aus durch ihre Kenntnisse in der

Astronomie, Mathematik und Mechanik. Sie bestimmten gemeinschaftlich die Schiefe der Ekliptik. Mohammed soll die Auflösung der Gleichungen des 2. Grades gefunden haben.

[11]) Gerbert, später Papst Sylvester II, geb. um 920 in der Auvergne, Benedictiner in dem unter Abt Abbon durch Gelehrsamkeit ausgezeichneten Kloster Fleuri; reist nach Spanien, wo er mit der Mathematik der Araber bekannt wird; kam durch seine Gelehrsamheit und die Erlangung der päpstlichen Würde in den Ruf der Magie. Die Einführung des arabischen Ziffersystems wird in die Jahre 970 oder 980 gesetzt.

[12]) Leonard Fibonacci von Pisa (lebte um 1200). Sein Vater Bonacci (daher Filius Bonacci=Fibonacci) Notar der Pisaner in Budjia (O von Algier). Der Sohn bereist als Kaufmann Afrika, Aegypten, Syrien. Sein *Abbacus*, 1202, lehrt die indische Rechnungsart und die Algebra im Abendland kennen. Seine *Practica Geometriæ*, 1220, worin u. a. der Inhalt des Dreiecks durch die drei Seiten bestimmt wird, bereits ein Anfang der Anwendung von Algebra auf Geometrie.

[13]) Lucas de Burgo (lebte in der 2. Hälfte des 15. Jahrhunderts). Luca Pacioli de Burgo S. Sepolcro, Minoritenmönch, Lehrer der Mathematik in verschiedenen italienischen Städten, in Mailand mit Leonardo da Vinci am Hofe von Ludovico Moro, zuletzt in Florenz.

[14]) Regiomontanus (1436-1476) Johann Müller von Königsberg in Franken. Schüler des Astronomen Georg von Peurbach in Wien. Lässt sich in Nürnberg nieder und widmet sich der Astronomie, mit Bernhard Walther. Nach Rom berufen zur Kalenderreform. Später, Bischof in Regensburg. Sein *Tractatus de triangulis*, 1464, von Schoner 1533 herausgegeben, ist eine vollständige geradlinigte und sphärische Trigonometrie.

[15]) Werner, Johann (1468-1528), von Nürnberg. Vorzüglicher Kenner und Bearbeiter der griechischen Mathematiker.

[16]) Tartaglia, Nicolo (stirbt 1559), von Brescia, in der Jugend in grösster Armuth, später Lehrer der Mathematik in Venedig. Spielt eine Hauptrolle in den mathematischen Kämpfen seiner Zeit, durch gegenseitiges Setzen von Problemen. Im Streit mit Cardan über die Lösung der Gleichungen des 3. Grades; er giebt für ganze und positive Exponenten die Entwicklung des Binoms. Sein *General trattato di numeri e misure*, 1551, ein allgemeines Werk über reine Mathematik.

[17]) Cardan (1501-1575), geb. in Pavia und daselbst Professor der Geometrie, später an anderen Universitäten Oberitaliens, gest. in Rom. Berühmt als Arzt und als einer der gelehrtesten Männer seiner Zeit; auch mit Philosophie, Theologie, Mystik, Astrologie, Geisterseherei beschäftigt. Seine Werke füllen 10 Foliobände. Die algebraischen Arbeiten vorzüglich in seiner *Ars magna*. Hier zuerst die Rechnung mit imaginären Grössen, die von Tartaglia ihm mitgetheilte Auflösung der Gleichungen des 3. Grades und mehrere wichtige Sätze über Gleichungen höherer Grade.

[18]) Ferrari (1522-1565) aus Mailand, Bedienter, dann Secretär bei Cardan. Sein ausschweifendes Leben war Ursache seines frühen Todes. Fand zuerst die Auflösung der Gleichungen des 4. Grades.

[19]) Bombelli, Raphael (lebt in der 2. Hälfte des 16. Jahrhunderts), geb. in Bologna; als Ingenieur thätig bei der Austrocknung der Sümpfe in Toscana. Verfasser eines Lehrbuchs der Algebra, 1572, worin eine kurze Geschichte derselben und eine vortreffliche Darstellung aller damals bekannten Sätze.

[20]) Viète, Franc. (1540-1603), aus Poitou, Maître des requêtes in Paris. Durch Erudition und Kenntniss der alten Sprachen ausgezeichnet. Im Streit mit Scaliger, der die Quadratur des Kreises gefunden haben wollte. Seine Arbeiten in der Algebra begründeten eine neue Epoche in der Geschichte dieser Wissenschaft; die wichtigeren seine *Isagoge in artem analyticam* und *De æquationum recognitione et emendatione*.

[21]) Harriot, Thomas (1560-1621), geb. in Oxford. Begleitet Sir Walther Raleigh nach Virginien, dessen Karte er aufnimmt, und verfasst die Reisebeschreibung. Nach der Rückkehr bei dem Herzog von Northumberland nur der Mathematik lebend. Correspondirend mit Kepler. Entdeckt, wenig später als Galilei, die Sonnenflecken. Seine wichtigste analytische Entdeckung die Umwandlung höherer Gleichungen in Producte von Gleichungen niedrigerer Grade. Von ihm *Artis analyticæ praxis ad æquationes algebraicas generali modo resolvendas*, 1631.

[22]) Neper (1550-1618), John Napier oder Neper, Baron von Marchiston in Schottland, bildete sich auf der Universität S. Andrews, besuchte Frankreich, Italien und Deutschland und widmete sich, nach der Rückkehr, den Wissenschaften. Sein Bestreben war besonders Erleichterung des Rechnens, daher die Erfindung der Logarithmen und der nach ihm benannten Rechenstäbchen.

[23]) Briggs, Henry (1560-1630), aus Yorkshire, studirte in Cambridge, dann Lehrer der Geometrie im Gresham-College zu London. Reist auf die erste Nachricht von Neper's Entdeckung nach Edinburgh, um sich mit ihm zu besprechen. Tauscht die von Neper gewählte Grundzahl aus gegen die Zahl 10. Berechnet die ersten logarithmischen Tafeln auf 14 Decimalen von 1 bis 20,000 und von 90,000 bis 100,000 in seiner *Arithmetica logarithmica*, 1624.

[24]) Mersenne (1588-1648), Mönch im Orden der Frères mineurs. Freund von Descartes. Bereits vor Gregory und Newton mit der Theorie der Spiegelteleskope beschäftigt. Wird in Italien bekannt mit der Entdeckung des Barometers und macht es in Frankreich bekannt. Verfasser zahlreicher Schriften über Mathematik, Mechanik, Musik u. a.

[25]) Fermat, Pierre de (1595-1665), Mitglied des Parlaments in Toulouse. In enger Verbindung mit den ersten Mathematikern seiner Zeit. Durch seine Theorie der Maxima und Minima und der Tangenten, die ihn in Streitigkeiten mit Descartes verwickelte, einer der Begründer der Infinitesimalrechnung. Lagrange und Laplace betrachten ihn als den wahren Erfinder derselben. Auch die Elimination der Unbekannten, die Theorie der Zahlen, die Wahrscheinlichkeitsrechnung und andere Theile der Mathematik verdanken ihm wichtige Fortschritte. Seine Arbeiten erschienen, erst nach seinem Tod, durch seinen Sohn: *Fermatii opp. math.* 1679.

[26]) Cavalleri (1598-1747). In Mailand geb. Jesuit und Professor in Mailand. Er war Freund und Schüler von Riccioli und Galilei. Vorzüglich berühmt durch seine *Geometria Indivisibilium* 1632, welche der Fluxions- und Differentialrechnung sehr nahe steht.

[27]) Roberval, de (1602-1675). Sein wahrer Name war Personier, sein Geburtsort Roberval bei Beauvais. Von armen Eltern; in seiner Jugend Soldat; in Paris bekannt mit P. Mersenne und anderen Mathematikern; dann Professor der Mathematik daselbst. Bestreitet Cavalleri die Entdeckung seiner Methode der Indivisibles; auch mit Torricelli und Descartes in Streitigkeiten verwickelt. Seine Verdienste um die Mechanik nicht gering zu achten.

[28]) Wallis, John (1616-1703). Geb. in Kent. Widmet sich dem Studium der Theologie, Philosophie und besonders der Mathematik. Professor der Geometrie in Oxford. Unter den Stiftern der *Royal Society* mit Wilkins, Hooke, Boyle,

Oldenburg und anderen. Hat zahlreiche Werke über alle von ihm gepflegten Wissenschaften hinterlassen. Seine *Arithmetica infinitorum*, 1655, eine analytische und allgemeinere Entwicklung der Methode von Cavalleri, bezeichnet eine Epoche in der Theorie der Curven und führt zur Lösung vieler bisher noch widerstrebender Probleme; der nächste Schritt zu der Methode von Newton und Leibnitz.

29) Pascal, Blaise (1623-1662). Geb. zu Clermont in Auvergne. Nach sorgfältiger Erziehung, in Paris, durch Selbststudium und Umgang mit Mersenne, Roberval u. a. noch in früher Jugend ausgezeichneter Mathematiker. Lieferte werthvolle Arbeiten über die Kegelschnitte, die Cykloide, die Natur der Zahlen, die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Benutzt das Barometer zur Bestimmung von Höhen. Später kränklich und als eifriger Jansenist zurückgezogen in Port-Royal; im Streit mit den Molinisten und Jesuiten schrieb er seine *Lettres provinciales*, 1656, und erst nach seinem frühen Tod erschienen seine *Pensées sur la religion*, 1692.

30) Huyghens, Christian (1629-1695). Geb. im Haag. Durch seinen Vater, Secretär des Prinzen von Oranien, und auf der Universität Leyden in die Wissenschaft eingeführt. Seine ersten Arbeiten über die Kegelschnitte und die Anwendung der Mathematik auf Glücksspiele; auch beschäftigt mit Verbesserung der Fernröhren und Uhren. Von Ludwig XIV. an die Académie des sciences nach Paris berufen, eine Stiftung von Colbert i. J. 1666, zu der auch Dom. Cassini, Römer, Picard etc. gehörten; in Paris schrieb er seine *Optik*, 1666, und sein *Horologium oscillatorium*, 1673, mit mathematischen Entwicklungen über Evoluten, tautochrone Curven, Schwingungsmittelpunkte, etc. und die Schwungkraft. Nach dem Haag zurückgekehrt, mit Verfertigung von Fernröhren beschäftigt, mit der Theorie der doppelten Strahlenbrechung, Entwicklung der Kettenbrüche u. s. w.

31) Barrow, Isaac (1630-1678). Geb. in London. Geht, weil er in der Bewerbung um eine Lehrerstelle zurückblieb, nach Constantinopel. Nach seiner Wiederkehr Professor der Geometrie in Cambridge, wo er seine *Lectiones geometricæ* und *Lectiones opticæ* erscheinen lässt. Resignirt seine Stelle zu Gunsten seines Schülers Newton, um sich der Theologie zu widmen.

32) Newton, Isaac (1642-1727). Geb. in Lincolnshire, von armen Landleuten und in früherer Jugend zu häuslichem Dienst benutzt, sich mit mechanischen Arbeiten und Lectur

beschäftigend. Ein geistlicher Verwandter lässt ihn auf seine Kosten in Trinity-College studiren. Folgt, 1669, seinem Lehrer Barrow als Professor und bleibt, mit sehr kargem Gehalt, 26 Jahre in dieser Stelle, bis er, 1695, durch Halifax zum Aufseher der Münze berufen wurde. Seine Hauptwerke die *Philosophiæ natur. Principia math.* 3V, 1687 und die *Optics,* 1704. Ueber Analysis: *Arithmetica universalis*, 1707; *Methodus differentialis*, 1711; *The method of fluxions*, 1736, deren lateinisches Original wahrscheinlich schon 1671 geschrieben war. Im Jahre 1676 hatte er den Beweis des Binomischen Lehrsatzes für alle Exponenten gefunden.

[33]) Bernoulli, Jacob (1654-1705). In Basel geb., zum Geistlichen bestimmt, mit Eifer sich der Mathematik widmend. Nach grösseren Studienreisen, 1687, Professor der Mathematik in Basel und, in stetem Verkehr mit Leibnitz, mit Erweiterung und Anwendung der Differentialrechnung beschäftigt. Seine mathematischen Arbeiten, so wie diejenigen von Leibnitz und von Joh. Bernoulli, meist in den *Actis Erudit. Lips.* Nach seinem Tode erschien seine *Ars conjectandi*, 1713.

Bernoulli, Johann (1667-1748), sollte sich der Handlung widmen; von seinem Bruder Jacob in die Mathematik eingeführt und bald ihn an Fruchtbarkeit und Genialität, nicht aber an Tiefe und Gründlichkeit, überbietend. Nach seinen Reisen, 1695, Professor in Gröningen; dann, 1705, Professor in Basel. Seinem Bruder feindlich entgegentretend, auch Leibnitz und L'Hôpital nach ihrem Tod angreifend.

Bernoulli, Daniel (1700-1782), Sohn des Vorigen. Von 1725-33 an der Akademie in Petersburg, nachher Professor der Philosophie in Basel. Gewandt in Anwendung höherer Rechnung auf Physik. Sein Hauptwerk *Hydrodynamica,* 1738. Auch seine zwei Brüder Niclaus (1695-1726) und Johann (1710-1790) verdiente Mathematiker, so wie auch die zwei Söhne Johann und Jacob des jüngeren Johann.

Bernoulli, Niclaus (1687-1759), Neffe von Jacob und Johann, von einem 3. Bruder her. Fand zuerst die Integration der Differentialgleichungen. Professor der Mathematik in Padua, später Professor Juris in Basel.

[34]) L'Hôpital, Marquis de (1661-1704), Sohn des Lieutenant-Général des armées du Roi. Zeigt in früher Jugend grosses mathematisches Talent, das er durch Selbstudium ausbildet. Zuerst Militär, bald sich ganz der Mathematik widmend. Durch Joh. Bernoulli, 1691, mit der Infinitesimalrechnung bekannt und

seitdem mit Leibnitz, den Bernoulli und Newton in der Lösung der schwierigsten Probleme wetteifernd.

[35]) Moivre, Abraham (1667-1754), Sohn eines Chirurgen zu Vitri in Champagne. Studirt classische Sprachen und Philosophie, zuerst in Sedan, dann in Paris; mit grösster Neigung, meist für sich, Mathematik. Lässt sich, nach dem Widerruf des Edicts von Nantes (1685), in England nieder und gewinnt die Freundschaft von Newton, Halley u. a. In seiner *Doctrine of chances*, 1716, lehrt er neue Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung; in seinen *Miscellanea analytica*, 1730, entwickelt er den nach ihm benannten goniometrischen Lehrsatz.

[36]) Cotes, Roger (1682-1716), Professor der Astronomie und Physik in Cambridge. Herausgeber der 2. Ausgabe von Newton's Principien. Vorzüglich berühmt durch den nach ihm benannten Lehrsatz über den Kreis, der später von Moivre noch allgemeiner aufgefasst wurde.

[37]) Taylor, Brook (1685-1731). Aus streng puritanischer Familie, nahe bei London. Früh mit Musik und Landschaftmalerei beschäftigt. Studirt in Cambridge und wird ausgezeichnet in der Mathematik. Berühmt durch seine Theorie'n über die Entwicklung in Reihen und sein Lehrbuch über Perspectiv, beide von 1715. Die erstere in seiner *Methodus incrementorum directa et inversa*, die auch seine Formel über die Schwingungen der Saiten enthält.

[38]) Maclaurin (1698-1746). Geb. in Schottland und 1717 Professor der Mathematik in Aberdeen. Seine Schrift über die Curven, *Geometria organica*, 1720, selbst von Newton bewundert. Theilt 1740 mit Daniel Bernoulli und Euler einen Preis der Pariser Akademie über Ebbe und Fluth.

[39]) Cramer, Gabriel (1704-1752). Geb. in Genf. Von vielseitiger Bildung, als Mathematiker, Physiker, Theolog, Staatsmann. In seinem 20. Jahr Professor der Mathematik in Genf. Zuerst wissenschaftlich bekannt durch seine Arbeit über die Fortpflanzung des Schalls. Sein bestes Werk die *Introduction à l'analyse des lignes courbes*, 1750.

[40]) Euler, Leonhard (1707-1783). Geb. in Basel, Sohn des Pfarrers in Riechen, Schüler von Joh. Bernoulli. Geht, nach der Rückkehr von Daniel Bernoulli, als Akademiker nach Petersburg, nach 8 Jahren daselbst nach Berlin, als Präsident der Akademie; dann, nach einem 25jährigen Aufenthalt in Berlin, 1766, wieder nach Petersburg zurück, wo er stirbt. Einer der

ausgezeichnetesten und fruchtbarsten Mathematiker, der alle Theile der Wissenschaft und ihrer Anwendungen bereichert hat.

[41]) Clairaut (1713-1765). Geb. in Paris und schon im 18. Jahre Mitglied der Akademie. Im gleichen Jahr erschienen seine *Recherches sur les courbes à double courbure*, 1731. Vier Jahre später mit Maupertuis bei der Gradmessung in Lappland. Nach seiner Rückkehr schrieb er sein berühmtes Werk *Sur la figure de la terre*, 1743.

[42]) Lagrange (1736-1813). Geb. in Turin, wo sein Vater Kriegsschatzmeister war. Früher philologisch gebildet, erst im 17. Jahre sich ganz der Mathematik hingebend und sogleich Lehrer an der Artillerieschule. Mit seinen, meist älteren Schülern eine wissenschaftliche Gesellschaft gründend, aus welcher später die k. Akademie von Turin hervorging. An Euler's Stelle, 1766, Präsident der Akademie in Berlin. Von da, 1787, nach Paris und daselbst hoch geehrt. Später Professor an der Ecole Normale und Ecole Polytechnique. Seine Hauptwerke die *Mécanique analytique* 2V, 1788; *Théorie des fonctions analytiques* 1797; *Résolution des équations numériques* 1798.

[43]) Monge (1746-1818). Von armen Eltern. Seine ersten Studien in Lyon, dann auf der Militärschule in Mézières, wo er bereits die *Géometrie descriptive* ausbildete und bald auch ein Lehrfach erhielt. Dann als Professor in Paris. Im Jahre 1792 Marineminister, bald aber sich zurückziehend. Durch ihn die Ecole Normale und Ecole Polytechnique gegründet, an denen er als Lehrer wirkte. Mit Napoleon, zu dessen engeren Freunden er zählte, in Aegypten; mit ihm zurück. Herausgeber des grossen Werks über Aegypten. Nach der Restauration, als Régicide, entsetzt, die Polytechnische Schule aufgehoben; hiedurch in Geisteszerrüttung verfallen. Sein Hauptwerk, nebst den *Leçons de Géometrie déscriptive*, 1813, seine *Application de l'Analyse à la Géometrie*, 1793.

[44]) Laplace (1749-1827). Geb. in Calvados, Sohn eines Landmanns. In erster Jugend durch vielseitige Kenntnisse in der Mathematik, Litteratur und Theologie ausgezeichnet. In Paris als Mathematiker Dienste leistend und durch seine Arbeiten berühmt. Später von Napoleon zu den ersten Stellen befördert und als Freund geehrt. Sein Hauptwerk, die *Mécanique céleste* 5V, 1799-1825, ein von ihm selbst sehr vermehrtes Sammelwerk aller seit Newton in der Entwicklung des Gravitationsprincips gemachten Fortschritte; seine *Théorie analytique des probabilités*, 1812, ist ein Denkmal der feinsten analytischen Kunst.

[45]) Legendre (1752-1833). Geb. in Toulouse, erhält seine Erziehung in Paris. Frühe Professor der Mathematik an der Militärschule in Paris. Mit Cassini (1787) bei der Gradmessung im nördlichen Frankreich, später in der Commission zur Einführung der neuen Maasse und Gewichte. Unter Napoleon Vorsteher der Universität und Examinator der Polytechnischen Schule. Vorzüglich bekannt durch seine *Elémens de Géométrie*; in der höheren Mathematik durch seine *Exercices de calcul intégral* 1811-19; *Théorie des fonctions elliptiques; Théorie des nombres* 1808. Auch verdankt man ihm (1805) die Methode der kleinsten Quadrate.

5. Mechanik.

Aus der Vorstellung der Causalität ist der Begriff der Kraft hervorgegangen. Nach Analogie unserer inneren Erfahrung heissen wir Kraft die ursprüngliche Ursache jeder Veränderung in der Aussenwelt, oder auch jedes Widerstandes, der sich einer Veränderung entgegensetzt. Alle Veränderungen der Lage, Gestalt, Cohäsion, Temperatur, stofflichen Beschaffenheit u. s. w. werden bewirkt oder verhindert durch Kräfte, oder Naturkräfte, im Gegensatz geistiger Kräfte, den thätigen Principien in der Gedankenwelt. — Kräfte, welche Bewegung erzeugen, oder zu erzeugen streben, heissen bewegende oder mechanische Kräfte; chemische oder Affinitätskräfte bewirken die Veränderungen des Stoffs; organische Kräfte bedingen das Leben organischer Körper. Man unterscheidet zwischen momentan, durch einen augenblicklichen Stoss oder Zug, und anhaltend wirkenden Kräften; zwischen anziehenden und abstossenden Kräften; zwischen Kräften, die in jede Entfernung wirken (Gravitation, Magnetismus) und Molecularkräften, deren Einwirkung in unmessbar kleiner Entfernung verschwindet (Cohäsion, Affinität). Eine bewegende Kraft, deren Wirkung durch einen Widerstand gehemmt wird, übt auf diesen Widerstand Druck aus; der Druck ist momentan oder anhaltend, wie die Kraft,

Von allen diesen Kräften, die unser Verstand in die Empirie hinein trägt, ist nur der Begriff der bewegenden Kraft so rein von aller der Erfahrung entnommenen Beimengung aufgefasst worden, dass er, wie die Begriffe der Grösse, Figur, Zahl, als Grundbegriff einer rein speculativen Wissenschaft hat dienen können. Diese Wissenschaft der bewegenden Kräfte und ihrer Wirkungen ist die Mechanik, oder Reine Mechanik, zur Unterscheidung von einer Angewandten oder Technischen Mechanik. Man behandelt sie gewöhnlich nach zwei Voraussetzungen. Die Statik nimmt an, die in Betracht gezogenen Kräfte heben sich gegenseitig auf, so dass durch sie keine Veränderung, sondern Gleichgewicht erfolge, und bestimmt die Bedingungen dieses Gleichgewichts. Die Dynamik setzt voraus, das Gleichgewicht der Kräfte bestehe nicht, sie erzeugen Bewegung, und lehrt diese Bewegung bestimmen.

Der Begriff der Kraft steht unter dem allgemeineren der Grösse, die Mechanik ist eine Anwendung der Mathematik auf die Kraftgrösse. Die Wirkung selbst der Kraft, die Bewegung, ist ein aus den Grundbegriffen der Mathematik, aus den Vorstellungen von Raum und Zeit zusammengesetzter Begriff: auf die Vorstellung des Raumes bezieht sich die Ortsveränderung, auf Raum und Zeit die Geschwindigkeit der Bewegung, d. h. der in der Zeiteinheit zurückgelegte Raum.

Die Mechanik ist bald synthetisch, mit Hülfe von Figuren und geometrischen Lehrsätzen, bald analytisch behandelt worden; die erstere Behandlung eignet sich mehr für momentan wirkende Kräfte, deren Wirkung eine gleichförmige, geradlinigte Bewegung ist, die letztere für anhaltend wirkende Kräfte, die stets eine ungleichförmige und in vielen Fällen eine krummlinigte Bewegung erzeugen. Die mathematische Behandlung aller stetig wachsenden oder abnehmenden, d. h. ungleichförmigen, oder ihre Richtung stetig verändernden Grössen verlangt nämlich die Methode der Grenzen, und die Infinitesimalrechnung findet daher

auch in der Mechanik anhaltend wirkender Kräfte vorzüglich ihre Anwendung; im Dienste der Mechanik ist dieselbe grossentheils ausgebildet worden.

Wie die Mathematik strebt die Mechanik sich zu einer Vorrathskammer von Auflösungen aller Probleme zu gestalten, die möglicherweise über die Wirkung bewegender Kräfte vorkommen können. Ihre Resultate haben für unseren Verstand mathematische Gewissheit. Ob aber diese Gewissheit auch den concreten Fällen zukomme, auf welche ihre abstracten Sätze angewendet werden, hängt ab von dem Grade der Uebereinstimmung des gegebenen Falls mit den von der Mechanik gestellten Voraussetzungen. Die Schlussform ist daher stets eine hypothetische. Die Mechanik stellt den Obersatz: *wenn a so ist b;* und nur in so fern der in der Anwendung behauptete Untersatz: *c ist a* richtig ist, folgt c *gleich* b. Einige Beispiele mögen diess Verhältniss erläutern.

Die Wirkung bewegender Kräfte kann nicht gedacht werden, ohne etwas Körperliches, das bewegt wird und der Kraft Widerstand entgegensetzt. Die Mechanik nimmt an, die Körper bestehn aus gleichartigen materiellen Punkten, deren Beschaffenheit sie nicht näher bestimmt, und lässt die Kräfte an diesen Punkten angreifen. Die Summe der in einem Körper befindlichen Punkte heisst die M a s s e des Körpers; die in der Raumeinheit befindliche Masse die D i c h t i g k e i t oder D i c h t e desselben; ein Körper heisst h o m o g e n, wenn er in allen Theilen gleiche Dichte hat, dessen Masse m also gleich ist dem Product seiner Dichte d in sein Volumen v, oder wenn $m = vd$. S t a r r e K ö r p e r sind solche, deren Punkte auf unveränderliche Weise verbunden sind, so dass kein Punkt vereinzelt, sondern nur die gesammte Masse bewegt werden kann; f l ü s s i g e K ö r p e r solche, deren Punkte vollkommen, ohne Widerstand zu leisten, verschiebbar sind. Auf diese Definitionen stützt die Mechanik ihre Folgerungen und auf concrete Fälle finden dieselben nur in so weit Anwendung, als

man annehmen darf, die Beschaffenheit der in Untersuchung stehenden Körper stimme mit der vorausgesetzten überein.

Das Problem der drei Körper soll die Bewegung von drei Massen bestimmen, die sich gegenseitig anziehn und bereits eine ursprüngliche Bewegung besitzen. Es hat seit Newton bis auf unsere Zeit die grössten Mathematiker beschäftigt. Die Astronomie benutzt die erhaltenen Resultate, indem sie dieselben auf die Bewegungen von Sonne, Erde und Mond, oder auf diejenigen von Sonne, Jupiter und Saturn, oder drei anderer Weltkörper überträgt, und diese Bestimmungen, welche die gegenseitige Stellung der Himmelskörper auf die fernste Zukunft hinaus berechnen, haben mathematische Sicherheit, sofern die Massen der einzelnen Weltkörper, ihre Bewegung in einem gegebenen Zeitpunkt und das Gesetz ihrer Anziehung richtig gegeben sind.

Durch eine Combination von Kräften kann ein Punkt oder Körper bestimmt werden, um eine mittlere Lage sich hin und her zu bewegen; es können ferner diese Bewegungen, oder Schwingungen sich benachbarten Punkten mittheilen und in einem ganzen System von Punkten successive Schwingungen, oder Wellenbewegung erzeugen. Die Mechanik behandelt die Folgen dieser Voraussetzung ganz allgemein und überlässt es der empirischen Wissenschaft, ihre Ergebnisse in der Theorie des Pendels, in derjenigen der Wasserwellen, in der Akustik und Optik, auf ihre Verantwortung hin zu benutzen.

6. Geschichte der Mechanik.

Ungleich der Mathematik ist die reine Mechanik erst in neuerer Zeit zu einer selbständigen Gestaltung gelangt. Obgleich die alten Völker in der technischen Mechanik nicht geringe Kenntnisse besassen und mit den meisten einfacheren Maschinen bekannt waren, obgleich ferner Archimed die Gesetze des geradlinigten Hebels und der schwimmenden Körper gefunden

hatte, blieben bis in späte Zeiten alle Grundbegriffe unklar und irrthümliche Vorstellungen führten zu falschen Folgerungen. Selbst in unserer Zeit trägt häufig die Darstellung noch die Spuren des Ursprungs der Wissenschaft aus der Technik und Maschinenlehre.

Der Begriff der Kraft war nach der Erfahrung der Muskelkraft, die im Innern unseres Körpers wirkt, entstanden. Aristoteles fand es daher schwer erklärbar, wie eine unbelebte, von der Hand bewegte Masse, auch nach der Trennung von der Hand, sich fortbewegen könne. So wie ferner die Muskelkraft nach und nach schwächer wird, so, glaubte man, müsse auch jede Bewegung allmählig langsamer werden und zuletzt aufhören. Die Fortdauer der Himmelsrotation erklärte Aristoteles, indem er sie eine den vollkommneren himmlischen Substanzen *natürliche*, da der Kreis auch die vollkommenste Linie sei, die geradlinigte horizontale dagegen eine *gewaltsame* nannte. Sowohl der Begriff der Kraft, als das Princip der Trägheit waren demnach unklar aufgefasst, oder ganz verkannt worden Noch weniger hatte man sich über den Begriff einer stetig wirkenden Kraft und über die anderen Grundsätze verständigt. Die zunehmende Geschwindigkeit eines fallenden Körpers, die abnehmende eines aufsteigenden, erklärte man dadurch, dass man die erstere Bewegung eine *natürliche* d. h. dem Wesen des Körpers angemessene, die zweite eine ihm widerstrebende, *unnatürliche* nannte, indem man wieder den Sitz der bewegenden Kraft in dem Körper selbst, statt ausserhalb suchte. Aus gleichem Grund glaubte man bis spät, dass die Körper um so schneller fallen, je grösser ihr Gewicht sei. Noch Tartaglia nahm an, ein abgeschossener Körper folge zuerst einer geraden Linie und zuletzt einem Kreisbogen, während Andere behaupteten, er folge der geraden Linie, bis seine Geschwindigkeit erschöpft sei und falle dann senkrecht nieder. Selbst Kepler[7]) hatte noch sehr verworrene Begriffe; er verkannte das Princip der Trägheit und glaubte, eine fortdauernde Bewegung könne nur durch anhaltend wirkende Kräfte

erzeugt werden. Nicht viel glücklicher in seinen mechanischen Speculationen war Descartes und, wohl weil es ihm schwer wurde, eine von selbst fortdauernde Bewegung zu denken, liess er die Planeten wie die zur Erde fallenden Körper durch eine in Wirbeln kreisende Flüssigkeit fortgerissen werden.

Früher scheint jedoch bereits Leonardo da Vinci[1]) wesentliche Fortschritte in der Theorie der Mechanik, in den Lehren vom Schwerpunkt, vom Stoss, von der schiefen Ebene, und besonders über die Bewegung der Flüssigkeiten gemacht zu haben. In der zweiten Hälfte des 16. Jahrhunderts wurde von mehreren Seiten her die Wissenschaft durch richtigere Begriffe und fruchtbare Lehrsätze bereichert. Benedetti[2]) führte den Keil und die Rolle auf den Hebel zurück; er erkannte, dass im Kreis geschwungene Körper sich selbst überlassen nach der Tangente fortgehn; am wichtigsten war seine richtige Lehre über den Einfluss der Mittel, die Lehre, dass die Körper steigen oder fallen, je nachdem sie leichter oder schwerer sind, als die sie umgebenden Mittel, und dass im leeren Raum alle Körper gleich schnell fallen. Varro[3]) in Genf lehrte, wie es scheint zuerst, das Princip der Trägheit, die beschleunigte Bewegung im Fall und erhob sich sogar zu der Vorstellung einer allgemeinen Anziehung der Körper. Stevin[5]) fand das Verhältniss der Kraft zur Last auf der schiefen Ebene und bestätigte das Gesetz durch einen Versuch, leitete dann ferner aus demselben die Wirkung schief angreifender Kräfte überhaupt ab. Ubaldo del Monte[4]) schrieb ein Lehrbuch der Mechanik auf geometrischer Grundlage, das jedoch nothwendig in vielen Dingen mangelhaft bleiben musste.

Diese vereinzelten Leistungen fielen zum Theil in Vergessenheit neben dem Glanz der neuen Entdeckungen von Galilei[6]). Durch in einander greifende speculative und empirische Untersuchungen wurden durch ihn, sowohl die zwei ersten Principe der Trägheit und der Unabhängigkeit gleichzeitiger Bewegungen,

als die Gesetze des Falls, des freien, wie des Falls auf schiefen Ebenen, für immer festgestellt und die Theorie der Pendelschwingungen angebahnt. Allgemeinere Ansichten über die Wirkung der Maschinen legten den Grund zum Princip der virtuellen Geschwindigkeiten.

Wie immer, wenn die Wissenschaft einen bedeutenden Fortschritt gemacht hat, waren die Zeiten nach Galilei mit neuen Folgerungen aus seinen Lehrsätzen, empirischen Bestätigungen und Versuchen nach einem allgemeineren Ausdruck beschäftigt. Die Schüler und Freunde Galilei's waren hiebei betheiligt; Torricelli[10]), der die Lehre des atmosphärischen Drucks begründete, Castelli[8]), der sich um die Lehre vom Fliessen der Gewässer grosses Verdienst erwarb, Borelli[11]), der die Mechanik zur Erklärung der Muskelbewegung anwandte. In Bologna wurden die Fallgesetze durch Riccioli[9]) und Grimaldi[12]) ebenfalls durch Versuche bestätigt. In Frankreich erweiterte Pascal die Lehren vom Druck der Flüssigkeiten und der Atmosphäre. Auch Mariotte[13]) erwarb sich hohe Verdienste auf dem Wege der Empirie. Wallis, Wren[14]) und Huyghens gaben mathematische Theorie'n über den Stoss. Mehr und mehr bemächtigten die Mathematiker sich dieser Fragen, und in gleichem Maasse zog das Experiment sich zurück; die Maschinenlehre trat in den Hintergrund, und Theoreme von umfassender Allgemeinheit, wie jede Anwendung der Analysis es mit sich bringt, wurden an die Spitze gestellt. So mussten auch die Grundlehren der Wissenschaft immer mehr die Spuren ihres empirischen Ursprungs verlieren und als reine Denkformen, gleicher Art wie die Axiome der Mathematik, Geltung erhalten. Vorzüglich Huyghens war es, der auf diesem Wege, durch Verbindung der Lehre von den Curven mit mechanischen Fragen, überraschende Resultate erhielt, die in seinen Untersuchungen über den Fall auf krummen Linien, über das Pendel und den Schwingungsmittel-

punkt, über die Schwungkraft u. s. w. die schönste Anwendung fanden.

So wie Galilei durch die Einwürfe gegen das Copernicanische System zu vielen seiner Untersuchungen veranlasst worden war, so waren es vorzugsweise auch astronomische Fragen, die mechanische Begründung der drei von Kepler aufgefundenen Gesetze der planetarischen Bewegungen, welche Newton bewogen, die ganze Kraft seines Geistes und alle Hülfsmittel, welche die Fluxionsrechnung darbot, auf die Ausbildung der Mechanik zu verwenden. So sind die *Principia philosophiæ naturalis mathematica* entstanden, deren zwei erste Bücher, in geometrischer Darstellung, als das erste Lehrbuch einer auf fester Grundlage ruhenden reinen Mechanik zu betrachten sind, während das 3. Buch die Anwendung derselben auf die Erklärung unseres Planetensystems enthält.

Die Freunde und Nachfolger von Leibnitz und Newton waren eifrig bemüht, die neue Wissenschaft nach allen Seiten zu erweitern, und bis auf unsere Zeit haben, mit wenigen Ausnahmen, alle grösseren Mathematiker sich vorzüglich auf dem Gebiete der Mechanik ihren Ruhm erworben. Von Hermann[16]), dem Schüler und Freunde der Bernoulli, erschien, wie die Principien Newton's synthetisch behandelt, die *Phoronomia*, *sive de viribus et motibus corporum solidorum et fluidorum*, 1716; von Varignon[15]) die *Nouvelle mécanique ou Statique*, 1725; auch die Probleme, welche die Bernoulli sich gegenseitig setzten, waren meist der Mechanik entnommen. Zuerst aber war es Euler, der seine Meisterschaft in der Analysis auf diesem Felde glänzend bewährte und in seiner *Mechanica, sive motus scientia analytice exposita*, 1736, bewies, wie viel einfacher und allgemeiner die neuere Methode zum Ziele führe, als die ältere geometrische, die bis auf ihn, wenn nicht bei der Lösung selbst der Aufgaben, doch in der Bekanntmachung derselben, den Vorzug erhalten

hatte. Ihm folgte D'Alembert und später Lagrange, der überall anerkennt, wie Vieles er Euler verdanke. Laplace gibt im Eingang der *Mécanique céleste* nur die Hauptresultate der analytischen Mechanik, der Hauptinhalt des Werkes ist der Entwicklung des Gravitationsgesetzes gewidmet und kann als eine durch die Arbeiten des 18. Jahrhunderts gewonnene, sehr erweiterte Ausführung des 3. Buches von Newton's Principien betrachtet werden. Die wichtigsten Resultate hat Laplace in der *Exposition du système du monde*, 1796, gegeben. Zu den besten neueren Lehrbüchern der analytischen Mechanik gehören Poisson[17]), *traité de Mécanique*, 1811 und, in ganz umgeänderter Ausgabe, 1833, und Duhamel, *cours de Mécanique*.

[1]) Leonardo da Vinci (1452-1519). Geb. zu Vinci bei Florenz; hier sich der Malerei widmend, zugleich die anderen Künste, Mathematik, Mechanik, Architectur umfassend. Tritt 1482 als Musiker und Maler in die Dienste des Herzogs von Mailand und stiftet hier mit Pacioli die älteste wissenschaftliche Akademie. Folgt 1515 einem Ruf von François I. und stirbt bei Amboise. Seine wissenschaftlichen Schriften meist verloren.

[2]) Benedetti 1530-1590). Geb. in Venedig, gest. in Turin. Auch De Benedictis genannt. Meist durch Selbstudium gebildet, z. Th. Schüler von Tartaglia. Später Mathematiker des Herzogs von Savoyen. Seine wichtigste Schrift *Benedicti* (J. B.) *diversarum speculationum libri*, 1585.

[3]) Varro, Michel (stirbt 1586). Geb. in Genf. Hielt sich einige Zeit auf in Polen, später Mitglied des Raths und zuletzt Syndic. Verfasser einer jetzt seltenen Schrift *De motu tractatus*, 1584. Sein Fallgesetz ist unrichtig, indem er die Geschwindigkeiten den durchfallenen Räumen, statt den Zeiten proportional setzt, ein Irrthum, in den anfangs auch Galilei verfiel.

[4]) Del Monte, Guido Ubaldo (1545-1607). Geb. in Pesaro, aus einer der ersten Familien Italiens. Schüler des berühmten Mathematikers Commandin von Urbino. In Militärdiensten gegen die Türken. Nach seiner Rückkehr Inspector der toscanischen Festungen, später auf seinen Gütern den Studien lebend. Verfasser vieler Schriften, u. a. *Mechanicorum liber*, 1577.

[5]) Stevinus, Simon. Geb. um die Mitte des 16. Jahrhunderts in Brügge. Erzieher von Moriz von Oranien, später

Oberaufseher der Dämme in Holland. Seine Grundlehren der Statik sind enthalten in den *Principien des Gleichgewichts*, 1586, zuerst holländisch, dann von Snellius, mit den übrigen Werken Stevin's, 1605, lateinisch, von Girard, 1634, französisch übersetzt. Stevin kann als Begründer der neueren Statik betrachtet werden.

6) Galilei, Galileo (1564-1642). Geb. in Pisa und daselbst Mathematik und Physik studirend, ermuntert durch Del Monte. Wird Professor der Mathematik in Pisa und macht hier seine ersten Entdeckungen über die Pendelschwingungen und den Fall; dann (1592) in Padua. Hier seine astronomischen Entdeckungen durch das von ihm erfundene Fernrohr. Zieht sich nach Florenz zurück (1610), als erster Mathematiker des Grossherzogs. Angeklagt in Rom (1615) und als schuldlos entlassen. Sein *Dialogo di due massimi sistemi*, 1632, bringt ihm neue Verfolgung. Er wird in Rom (1633) verurtheilt und schwört ab. Nachher als Gefangener zu Arcetri bei Florenz. Von hier seine *Discorsi e dimostrazioni matematiche*, 1638. Zwei Jahre vorher erblindet. — Galilei wird auch als Erfinder des Mikroskops, des Thermometers und des Proportionalcirkels betrachtet.

7) Kepler, Johann (1571-1631). Geb. bei Weil in Würtemberg; sein Vater Gastwirth. Studirt in Tübingen, wird dort von den Theologen angefeindet, (1593) Professor der Mathematik in Grätz. Hier in seinem *Prodromus dissert. cosmograph. continens mysterium cosmographicum*, 1596, mit viel Scharfsinn und noch mehr Phantasie geschrieben, sich für das Copernicanische System aussprechend. Drei Jahre nachher in Prag zu Tycho de Brahe, als kaiserlicher Mathematiker; benutzt Tycho's Beobachtungen zur Entdeckung der Gesetze der Planetenbewegung, in seiner *Physica coelestis tradita commentariis de motibus stellæ Martis*, 1609. Wegen Mangel an Besoldung nach Linz, als Professor der Mathematik, und hier fünfzehn Jahre in drückender Lage. Dann in Ulm, als Kartenzeichner. Durch das Patronat von Wallenstein Professor in Rostock, aber ohne Besoldung. Stirbt in Regensburg, wo er seine Ansprüche vor dem Reichstag geltend machen wollte.

8) Castelli, Benedetto (1577-1644). Geb. zu Brescia. Mönch und Abt zu M^te Casino. Starb als Professor der Mathematik in Rom. Durch sein Werk *Della misura dell' acqua corrente*, 1638, einer der ersten Begründer der Hydraulik. Eifriger Freund und Vertheidiger von Galilei.

9) Riccioli (1598-1671). Geb. zu Ferrara. Jesuit,

Professor der Theologie in Parma und Bologna, wo er starb. Vorzüglich Astronom und leidenschaftlicher Gegner des Copernicanischen Systems, gegen das er ein ihm eigenthümliches aufstellte. Urheber der üblichen Benennungen der Mondsflecken. Verfasser einer *Astronomia reformata*, 1665, einer *Geographia reformata*, 1661, einer *Chronologia reformata*, 1669, ohne viel Anhänger gewinnen zu können.

10) Torricelli (1608-1647). Geb. zu Faenza. In Rom Schüler von Castelli und durch ihn befreundet mit Galilei, dem er, mit Viviani, in seiner letzten Lebenszeit Gesellschaft leistet. Später Professor der Mathematik und Philosophie in Florenz. Mit Roberval im Streit über die Priorität der Theorie der Cykloide. Verdrängt den Aristotelischen *Horror vacui* aus der Physik und erfindet das Barometer. Verbessert das Fernrohr und Mikroskop.

11) Borelli (1608-1679). Geb. zu Neapel. In Florenz gebildet. Professor der Mathematik in Pisa. Später in Rom, in Gunst bei der Königin Christine von Schweden. Schrieb, nach längeren Beobachtungen, ein Werk über die Satelliten Jupiters, und soll zuerst erkannt haben, dass die Kometen sich in Parabeln bewegen. Seine beste Arbeit der *Tractatus de motu animalium*, 1680.

12) Grimaldi (1613-1663). Geb. zu Bologna. Jesuit, Freund und Mitarbeiter von Riccioli. Vorzüglich verdient um die Optik durch Entdeckung der Lichtbeugung und der Dispersion der Lichtstrahlen durch Prismen, in seiner *Physicomathesis de lumine, coloribus et iride*, 1655.

13) Mariotte (gest. 1684). Geb. in der Nähe von Dijon. Begründer der Experimentalphysik in Frankreich; vorzüglich bekannt durch das nach ihm benannte, von Boyle und seinem Schüler Townley zuerst entdeckte Gesetz über das Verhältniss der Dichtigkeit der Luft zum Druck, unter dem sie steht. Auch verdient um Hydrostatik und Hydraulik; um die Mechanik durch sein *Traité de la percussion des corps*, 1675.

14) Wren, Christopher (1632-1723). Geb. in Wiltshire. Professor der Astronomie am Gresham College in London und später in Oxford; Präsident der Royal Society. Ausgezeichneter Architect. Erbauer der Paulskirche und 60 anderer Kirchen oder öffentlicher Gebäude. Nach seinem Plan wurde London, nach dem grossen Brand von 1666, wieder aufgebaut.

15) Varignon, Pierre (1654-1722). Geb. zu Caen. Durch die Lectur von Euclid und Descartes zur Mathematik geführt,

gegen den Wunsch seines Vaters, eines armen Architecten, aber von einem Freunde unterstützt. Später Professor der Mathematik an mehreren Collegien in Paris. Einer der ersten, welche den Infinitesimalcalcul in Frankreich einführten. Vorzüglich der mathematischen Mechanik zugewendet.

[16]) Hermann, Jacob (1678-1733). Geb. zu Basel. Schüler von Bernoulli, obgleich er Theologie studirt. Durch Empfehlung von Leibnitz Professor der Mathematik in Padua, dann in Frankfurt a. d. O., von da als Akademiker nach Petersburg, das er, 1731, verlässt, um in Basel die Professur der Moral zu übernehmen.

[17]) Poisson, Simeon-Denis (1781-1840). Geb. zu Pithiviers, Sohn dürftiger Eltern, von einem Oheim in Fontainebleau für Chirurgie erzogen. Hört zufällig einen Vortrag daselbst über Mathematik, zeigt ungewöhnliches Talent und bestimmt sich für diese Wissenschaft. Tritt 1798 mit Auszeichnung in die neu gegründete Polytechnische Schule, bei der er nach seinem Austritt als Lehrer blieb. Später zu höheren Ehrenstellen befördert. Hat die höhere Analysis auf alle Zweige der Physik angewendet.

7. Die speculative Stofflehre.

Wie der Begriff der Kraft, hat auch das Wenige, das wir über den Stoff oder die Materie aussagen können, sich nur mit Hülfe der Erfahrung entwickelt, erscheint aber nun auch so fest in unserem Denkvermögen gegründet, dass wir uns nicht willkürlich davon frei machen können, sondern die Vorstellung als eine nothwendige anerkennen müssen.

Wir sehn starre Stoffe in der Wärme flüssig werden, in höherer Wärme verdampfen, dem Auge verschwinden, und dennoch ihr Dasein durch Gewicht und Kraftäusserungen beweisen. Stoff ist also nicht nur das Feste, Starre, nicht nur das Sichtbare und Tastbare. Entfernen wir aber aus dem Begriff diese wechselnden, zufälligen Merkmale, so bleibt uns nur ein Etwas, das Raum einnimmt, einwirkenden Kräften Widerstand leistet und daher selbst auch Kraft ausüben kann. Mit Nothwendigkeit ist auch in unserer Vorstellung der Sitz einer Kraft stets mit

einem Stoff, der sie ausübt, verbunden. Wir können uns ferner einen Stoff nicht als vernichtet denken, und bezeichnet man diese Eigenschaft als Undurchdringlichkeit, so ist die Materie auch undurchdringlich. Ausdehnung, Widerstandsfähigkeit gegen äussere Kräfte, Undurchdringlichkeit sind die einzigen Eigenschaften, die wir nothwendig mit dem Begriff der Materie verbinden.

Das Bestreben, tiefer in das Wesen der Materie einzudringen, hat, je nach der philosophischen Schule, dem es angehört, zu weit auseinander liegenden Resultaten geführt.

Der Sensualismus, zunächst von dem Eindruck ausgehend, den die starren Körper auf uns machen, setzt fest, bei fortgesetzter Theilung müsse man auf Theile gelangen, die nicht weiter theilbar, die absolut hart seien, d. h. auf Atome, da bei der Annahme einer unendlichen Theilbarkeit, den Theilen zuletzt die Ausdehnung fehlen müsste. Im Gegensatz zu der unendlichen Theilbarkeit des Raumes, wie die Geometrie sie postulirt, verleiht man der Materie daher die Eigenschaft einer begrenzten, endlichen Theilbarkeit. Dass diese immer noch viel weiter reiche, als unsere möglichst verschärfte Sehkraft, lässt sich durch die Erfahrung nachweisen.[1] Der Begriff des Atom's führt ferner zu einer Modification des Begriffs der Undurchdringlichkeit. Bei jeder Verbindung ungleichartiger Stoffe zu einem neuen scheinbar homogenen Stoff, z. B. Quecksilber und Schwefel zu Zinnober, muss angenommen werden, die verschiedenartigen Atome bestehen in der Verbindung un-

[1]) Die Mikroskopie geht denselben Gang wie die Teleskopie. Wie diese, bei fortschreitender Verbesserung der Fernröhren, Nebelflecke, die früher nur durch die stärkste Vergrösserung sichtbar wurden, jetzt als Sternhaufen erkennt, wie alle Maasseinheiten, die man wählt, der Erddurchmesser, der Erdbahndurchmesser, die Fixsternweiten, immer zu klein sich zeigen, um das unendlich Grosse zu messen, so zeigt uns das verbesserte Mikroskop in Körperchen, die man vor nicht langer Zeit nur als

verändert fort, die verbundenen Stoffe haben sich also nicht durchdrungen d. h. zu einem wirklich homogenen, oder in seinen kleinsten Theilen gleichartigen Stoff vereinigt, sondern nur innig verbunden, so jedoch, dass gleichartige zusammengesetzte Theilchen, jedes aus einem gleichen Verhältniss ungleicher Atome bestehend, hervorgegangen seien. Die Kraft der Affinität, welche die Atome zu einem zusammengesetzten Theilchen verbindet, ist eine besondere Art von Adhäsion. In starren Körpern sind diese Theilchen durch eine andere Art von Adhäsion, die nun Cohäsion heisst, zusammengehalten, so dass sie trennenden, oder verschiebenden Kräften Widerstand leisten; in flüssigen oder gasförmigen Stoffen ist die Cohäsion sehr gering oder fällt ganz weg, die Theilchen befinden sich wie die Körnchen in einem Sandhaufen. Da endlich die Erfahrung zeigt, dass alle Stoffe, durch Druck oder andere Mittel, sich auf ein kleineres Volumen zurückführen lassen, da ferner auch die dichtesten durchsichtigen Körper dem Licht den Durchgang gestatten, so können die Theilchen sich nicht unmittelbar berühren, sie müssen durch Zwischenräume getrennt sein, die entweder leer oder mit einem feineren Stoff erfüllt sind, welcher Licht- und andere Erregungen fortzupflanzen vermag. Es kommt daher allem Stoff auch die Eigenschaft der Porosität zu.

Die spiritualistischen Schulen sind, abgesehn vom Idealismus, der alle Realität ausserhalb der Vernunft läugnet, zu keiner klaren und fest stehenden Ansicht über das Wesen der Materie gelangt und nur in der Bekämpfung der atomistischen Ansicht, als einer

---

physische Punkte zu unterscheiden vermochte, organische Wesen, deren Bau auf eine Zusammensetzung aus unbestimmt vielen, unendlich kleineren Theilchen schliessen lässt. — Die Beispiele alle Vorstellung übertreffender Vertheilung, die von der Färbung des Wassers durch ein Minimum von Indigo oder Kupfer, oder von dem lange anhaltenden Geruch, den ein geringes Gewicht Campher oder Moschus durch grössere Gebäude verbreitet, hergenommen sind, hat man oft angeführt.

an inneren Widersprüchen leidenden, glücklich gewesen. In Deutschland hat am meisten Beifall die dynamische Ansicht von Kant, *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, 1786, erhalten, bei deren Entwerfung ihm mehr die Beschaffenheit der Flüssigkeiten und Gase, als die der starren Körper scheint vorgeschwebt zu haben. Was wir, nach dieser Ansicht, von der Materie erkennen, sind zwei Grundkräfte, eine Dehnkraft, durch welche die Materie Raum erfüllt, Ausdehnung hat und Allem, was in sie eindringen will, Widerstand leistet, und eine Ziehkraft, durch welche die Dehnkraft beschränkt, die Materie als Körper begrenzt, und der Grad der Raumerfüllung d. i. die Dichtigkeit, bestimmt wird. Die Materie kann in's Unendliche zusammengedrückt, aber nicht durchdrungen, d. h. auf einen unendlich kleinen Raum reducirt werden, weil mit der Verdichtung die Dehnkraft wächst; sie ist in's Unendliche theilbar und zwar in Theile, die immer noch materiell sind; sie erfüllt den Raum stetig, d. h. ohne Trennung ihrer Theile durch leere Räume. Verschiedenartige Stoffe, die sich zu einem neuen homogenen Stoff verbinden, durchdringen sich gegenseitig, so dass jeder unendlich kleine Raum der Verbindung einen verhältnissmässigen Antheil der verbundenen Stoffe enthält und der neue Stoff, als ein wirklich homogener, den Raum stetig erfüllt. Die Affinität erzeugt also nicht nur eine innigere Adhäsion, sondern Durchdringung. Cohäsion ist der durch keine Art von Grenze bezeichnete Zusammenhang der Theile einer stetigen Raumerfüllung. Das Unbestimmte und Ungenügende dieser Definitionen, welche nur von Kräften sprechen, während der Verstand in der Materie einen Träger von Kräften zu finden verlangt, hat bis jetzt eine weitere, für die Naturwissenschaft wesentlich fruchtbare Entwicklung derselben nicht gestattet; sie sind unserer Mechanik, welche nothwendig Ausgangs- und Angriffspunkte der Kräfte fordert, unzugänglich geblieben.

Wenn bis jetzt eine auf anerkannter, oder einer weiteren

Entwicklung fähiger Grundlage stehende speculative Stofflehre nicht besteht, so hat dennoch das Bedürfniss, empirisch gefundene Thatsachen und Naturgesetze, durch ihre Verbindung mit bestimmten Vorstellungen der Materie, deutlicher darzustellen und zugleich Anhaltspunkte zur Begründung mathematischer Theorie'n zu gewinnen, wiederholt zu hypothetischen Annahmen über das innere Wesen des Stoffs geführt. Diese Fictionen schliessen sich vorzugsweise der atomistischen Lehre an und gestalten sich ungleich, je nachdem sie den Erfahrungen der Chemie, der Mineralogie, der Wärmelehre, der Optik, oder anderer Naturwissenschaften entsprechen sollen.

8. Geschichte der speculativen Stofflehre.

Versuche über das Wesen der Materie sich klar zu werden, finden sich in der ältesten griechischen Philosophie. Die Jonische Schule liess die Welt sich aus einem Urstoff entwickeln, und als solchen erkannte Thales[1]) das Wasser, Anaximenes[2]) die Luft, Heraklit[3]) das Feuer. Anaxagoras[4]) nahm im Urzustande eine Mischung, ein Chaos, unendlich kleiner Elementartheilchen oder Urstoffe, *Homöomerien*, an, welche den Raum stetig, ohne leeren Raum zu lassen, erfüllten, bis der Geist, die Vernunft, als bewegende Kraft, die Entmischung bewirkte. In den Schulen von Grossgriechenland, besonders bei Empedocles[5]), aber wohl viel weiter zurückgehend, finden wir die Lehre von den vier Elementen, Erde, Wasser, Luft und Feuer, oder, wie man sich in neuerer Sprache ausdrücken würde, vom Starren, Flüssigen, Gasförmigen und dem Aether. Aristoteles hat es versucht, diese vier Elemente oder Zustände der Materie a priori herzuleiten. Die sinnliche Erfahrung, sagt er, lehrt uns die Gegensätze von kalt und warm, trocken und nass; da nun das Entgegengesetzte nicht verbunden werden kann, so sind nur die vier Verbindungen möglich von kalt und trocken, oder

die Erde, kalt und nass, oder das Wasser, warm und nass, oder die Luft, warm und trocken, oder das Feuer. Dasselbe folgt nach ihm aus den Gegensätzen der Bewegung: die Erde bewegt sich, ihrem Wesen gemäss, nach unten, d. i. nach der Mitte des kugelförmigen Weltalls, das Feuer nach oben, nach dem Umfang; sind aber zwei Elemente, die nur eine entgegengesetzte Bewegung haben, so müssen auch zwei da sein, die beide Bewegungen haben können, das eine vorherrschend nach unten, das Wasser, das andere, die Luft, vorherrschend nach oben. Ausser diesen geradlinigen Bewegungen giebt es aber auch eine kreisförmige, die zugleich die vollkommenste ist; dieser muss eine fünfte ebenfalls vollkommnere Essenz, *Quinta essentia* der mittelalterlichen Schriftsteller, entsprechen, die ihren Sitz nothwendig über den vier anderen hat. Nach alten Ueberlieferungen heisst Aristoteles diess fünfte Element den Aether.

Neben diesen, mehr auf spiritualistischer Grundlage stehenden Ansichten, hatte sich die Atomistik, vorzüglich durch Demokrit, ausgebildet. Vom Dasein der Materie überzeugen uns die Sinne, und was der Materie zu Grunde liegt, muss selbst Materie sein. Durch Zertheilung der Körper erfahren wir, dass dieselben zusammengesetzt sind, die Zusammensetzung muss jedoch mit etwas Einfachem anfangen. Der ewige und einfache Grund der Materie besteht also in nicht zu zertheilenden materiellen Körperchen, oder *Atomen*. Dieselben unterscheiden sich von einander durch ihre mathematische Gestalt und sind getrennt durch leeren Raum. Das Entstehen und Vergehen der zusammengesetzten Dinge geschieht durch Verbindung und Trennung der Atome in Folge ihrer Bewegung. — Während Aristoteles bei den Formen oder Zuständen der Materie stehn bleibt, strebt Demokrit in die Substanz selbst einzudringen. — Epikur scheint der Lehre Demokrit's nichts Wesentliches beigefügt zu haben. — Lucretius sucht die Eigenschaften der Dinge aus der Grösse und Gestalt der Atome zu erklären.

Die Bedürfnisse der Medicin und Technik führten indess zu einer Unterscheidung der verschiedenen Stoffe und zum Studium ihrer Eigenschaften. Dioscorides[6]) und Plinius[7]) enthalten Beispiele chemischer Zerlegungen und Verbindungen. Galenus[8]) führt die medicinischen Kräfte der Stoffe wieder zurück auf die Gegensätze des Aristoteles von warm und kalt, trocken und feucht. Durch das ganze Mittelalter, bei den Arabern, und so lange die Scholastik die Wissenschaft beherrschte, stand die Naturansicht von Aristoteles in vollem Ansehn. Mit dieser unklaren Lehre verband sich die zum Theil mystische Alchemie. Die Metalle galten als zusammengesetzt aus Schwefel und Quecksilber, und der *Stein der Weisen* sollte dienen, aus unedeln Metallen Gold zu erzeugen, auch zugleich ein Universalmittel sein gegen alle Krankheit und dauernde Jugend verleihen. Unter Schwefel und Quecksilber und anderen Elementarstoffen dachte man sich, verschieden von der heutigen Wortbedeutung, abstracte Substanzen, denen man zum Theil verborgene Eigenschaften, *qualitates occultas*, beilegte. So findeu wir es bei Geber[9]) und den späteren Alchemisten, Albertus Magnus[10]), Roger Baco[11]), Raymundus Lullus[12]). Den beiden Bestandtheilen der Metalle glaubte Basilius Valentin[13]) noch, als dritten, Salz beifügen zu sollen; auch Paracelsus[14]) trat dieser Ansicht bei, und führte, nicht nur die Metalle, sondern organische und unorganische Körper auf jene drei Grundstoffe zurück. Van Helmont[15]) dagegen hatte durch Versuche sich überzeugt, dass alle organischen Substanzen nur aus Wasser bestehn und dieses, den generischen Saft, als Grundstoff betrachtet. Die Körper aber entstehn nach ihm durch die allgemein verbreitete lebendige Kraft, den *Archeus*, welcher Fermente und Samen erzeugt, aus welchen alles Körperliche sich entwickelt. Boyle[16]), der zuerst die Alchemie bekämpfte und als ein Begründer der neueren experimentellen Chemie zu betrachten ist, verwarf die bisher angenommenen Elemente und forderte auf,

statt nach den ursprünglichen Grundstoffen, vorerst nach den darstellbaren einfacheren Bestandtheilen der Körper zu forschen. Durch die Untersuchungen von Becher[17]) und Stahl[18]) über die Verbrennung wurde den früheren hypothetischen und nicht darstellbaren Grundstoffen noch das *Phlogiston* beigefügt, welches, in Verbindung mit verschiedenen Erden, die Metalle zusammensetzen sollte. Immer mehr traten jedoch, nach Boyle's Vorgang, unter den arbeitenden Chemikern speculative Theorie'n in den Hintergrund, die hypothetischen Grundstoffe verschwanden, so wie man empirisch zu klaren Ansichten über die Zusammensetzung der Stoffe gelangte, bis zuletzt auch das Phlogiston durch Lavoisier[21]) verdrängt, und der Wahn, die ursprünglichen Grundstoffe auffinden zu wollen, aufgegeben wurde.

Die Speculation über das Wesen der Materie wurde indess auf anderen Gebieten fortgesetzt. Gassendi hatte der herrschenden Philosophie des Aristoteles die Atomistik von Epikur entgegengestellt und mit allen Waffen seiner vielseitigen Kenntnisse vertheidigt. Der Sensualismus von Locke und die Leichtigkeit, den Atomismus mit den Voraussetzungen der Mechanik und Chemie in Verbindung zu setzen, gaben diesen Ansichten neuen Halt und führten zu den materialistischen Systemen der Engländer und Franzosen. Descartes dagegen bestritt, sowohl die Atome, als den leeren Raum, nahm aber drei, in's Unendliche theilbare Grundstoffe an, einen von grösster Beweglichkeit und jede Gestalt annehmenden, aus welchem die Sonne und die Fixsterne bestehen, einen zweiten, aus kuglichten Theilchen bestehenden, der den Weltraum erfülle, und einen gröberen, daher weniger beweglichen, aus dem die Erde, die Planeten und Cometen zusammengesetzt seien. Le Sage[20]) arbeitete viele Jahre an der Entwicklung einer atomistischen Theorie, die sich grossentheils an die Wirbeltheorie von Descartes anschloss, ausserdem aber viele willkürliche Voraussetzungen enthielt und die Schwere, Elasticität, Affinität auf ursprüngliche Bewegung zurückführte.

Dem Dualismus von Descartes, der die Uebereinstimmung der Aussenwelt mit unserem Denken nur durch einen göttlichen Act zu vermitteln wusste, stellte Leibnitz seine Monadenlehre entgegen, nach welcher allem Körperlichen geistige einfache Substanzen, *Monaden*, zu Grunde liegen, Körper und Geist also wesentlich gleichartig sind. Die niedrigsten Monaden, bewusstlos, schlafend, sind das Princip der Körper, höhere, mit unklarem Bewusstsein, sind die Thierseelen, noch höhere, mit deutlichem Bewusstsein, bilden die Geisterwelt, die höchste Monas ist Gott. Im Pantheismus von Spinoza und Idealismus von Berkeley verschwand, wie in den Systemen der Eleatischen Schule, das Körperliche vollends aus der Wirklichkeit.

Eine Versöhnung zwischen den entgegengesetzt aus einander laufenden Ansichten schien der aus seiner früheren Unbestimmtheit schärfer hervortretende Begriff der Kraft zu bieten. Den Versuch hiezu machte Boscowich[19]). Er bekämpft die Atomistik, wie die Monadenlehre. Die Materie besteht aus physischen Punkten, als den Trägern von anziehenden und abstossenden Kräften, die sich gegenseitig durchdringen und beschränken und die Vereinigung der Punkte zu den verschiedenartigen Körpern bewirken. Die physischen Punkte unterscheiden sich von mathematischen durch Trägheit und durch die von ihnen ausgehenden Kräfte, die ihre Bewegung und ihre Einwirkung auf unsere Sinnesorgane zur Folge haben. — Die Aehnlichkeit dieser Lehre mit der dynamischen Ansicht von Kant ist nicht zu verkennen; in einer früheren Schrift, *Monadologia physica*, 1756, hatte auch Kant selbst noch physische Punkte, oder Monaden, als Träger von Kräften angenommen. Das Fortschreiten der deutschen Philosophie zum Idealismus brachte es indess mit sich, dass sie auf diesem Standpunkte nicht lange stehn blieb.

Um so mehr wurde die Lehre von Körpertheilchen, *Molecules*, welche Kräfte ausüben, die nun Molecularkräfte hiessen, von der Atomistik ausgebildet. Hauy[22]) suchte die Krystall-

formen durch die nach bestimmten Gesetzen erfolgende Adhäsion kleinster Theilchen, *Molécules intégrantes*, von einfach polyedrischer Gestalt zu erklären, betrachtete aber diese Theilchen selbst als aus kleineren Bestandtheilen, *Molécules élémentaires*, durch Affinität zusammengesetzt. Die Entdeckung, dass die verschiedenen Stoffe sich stets in bestimmten einfachen Gewichtsverhältnissen chemisch verbinden, führte ferner zu der Annahme, den Atomen ungleicher Stoffe ungleiches Gewicht, oder, bei gleichem Gewicht der Volumeneinheit, ungleiches Volumen zu geben und, nach dieser Voraussetzung, erklärte Dalton[23]) die chemische Verbindung aus der Adhäsion je eines Atoms eines Stoffs mit 1, 2, 3 u. s. w. Atomen eines anderen Stoffs. Es wurde auf dieser Grundlage die neuere chemische Stöchiometrie ausgebildet, die nun bald auch genöthigt wurde, in der Zusammensetzung der Körpertheilchen ungleichartige Anordnungen anzunehmen, um ein ungleiches Verhalten der Stoffe bei gleicher stöchiometrischer Zusammensetzung erklären zu können. — Die krystallogische wie die chemische Atomistik setzen voraus, die Atome und integrirenden Theile stehn in unmittelbarer Berührung, während andere Theile der Physik nothwendig zur Annahme von Zwischenräumen, d. i. einer Porosität führen. Nach Laplace sind die Körpertheilchen von einander getrennt und mit Wärmetheilchen, die von ihnen angezogen werden, während sie unter einander sich abstossen, enge verbunden; die Körpertheilchen üben auf einander Anziehung aus, und durch das Resultat dieser Kräfte wird der starre, flüssige oder gasförmige Zustand bedingt. Im starren Zustande überwiegt die Anziehung, und die Theilchen nähern sich so, dass ihre Gestalt Einfluss auf ihre Anordnung ausübt; bei zunehmender Wärme und Entfernung der Theilchen verschwindet dieser Einfluss, die Kräfte halten sich Gleichgewicht bei jeder Lage der Theilchen, diese sind auf jede Art verschiebbar, der Stoff ist flüssig; überwiegt der abstossende Einfluss der Wärme, so dass die Anziehung der Körpertheilchen auf ein-

ander unmerklich wird, so tritt der gasförmige Zustand ein. Poisson giebt den Körpertheilchen zweierlei Anziehungskräfte; eine allgemeine, die im Verhältniss der Masse wirkt und unabhängig ist von der Natur des Stoffs, sie erzeugt die allgemeine Schwere; eine specifische, durch die Natur des Stoffs bedingte, welche, in Verbindung mit der repulsiven Kraft der mit den Körpertheilchen verbundenen Wärme einen Rest lässt, der die Molecularkraft bestimmt. Mit dem Wärmestoff, der jedes Theilchen gleichsam wie eine Atmosphäre umschliesst, lässt Poisson dieselben auch von elektrischen und magnetischen Atmosphären umgeben sein. Die neuere Physik ist geneigt, diese verschiedenen hypothetischen Fluida durch ein einziges, den Aether, zu ersetzen, und die Erscheinungen des Lichts, der Wärme, der Elektricität und des Magnetismus durch Vibrationsbewegungen seiner Theilchen zu erklären, was jedoch nur in Bezug auf das Licht bis jetzt hat durchgeführt werden können.

[1]) Thales (geb. 640 a. C.). Aus Milet; zur Zeit der höchsten Blüthe dieser jonischen Handelsstadt, in derselben in hohem Ansehn. Sein Leben nur sagenhaft bekannt. Soll auf Reisen in Aegypten und Vorderasien Belehrung gesucht haben. Stifter der Jonischen Schule.

[2]) Anaximenes (geb. 528 a. C.). Aus Milet. Von seinem Leben wenig bekannt. Seine philosophischen Ansichten sich denjenigen von Thales anschliessend. Soll zuerst, mit Hülfe des Gnomons, die Schiefe der Ekliptik bestimmt haben. — Das Urwesen der Dinge, wie des Lebens, ist die unendliche Luft, ihre Bewegung die Ursache der besonderen Zustände und Verwandlungen der Dinge.

[3]) Heraklit (lebte um 500 a. C.). Aus Ephesus. Von düsterem, ernstem Sinn, seine Lehre schwer verständlich. Wie die anderen Jonier nach einem ursprünglichen Princip der Natur forschend. Diese Alles durchdringende Naturkraft, zugleich die ursprüngliche Denkkraft, das Feuer, aus welchem Alles hervorgegangen, in welches Alles zurückkehren wird.

[4]) Anaxagoras (500-428 a. C.). Aus Klazomenæ. Soll ein Schüler des Anaximenes gewesen sein und sich auf weiten Reisen gebildet haben. Zuletzt in Athen. Freund des Perikles.

Als Gotteslästerer angeklagt flieht er nach Lampsacus, wo er stirbt. Soll sich viel mit Mathematik und Astronomie beschäftigt und zuerst die Sonnen- und Mondfinsternisse erklärt haben.

5) Empedokles (lebte um 450 a. C.). Aus Agrigent; durch seinen Reichthum, seine medicinischen u. a. Kenntnisse in hohem Ansehn, als Wunderthäter und göttlicher Mann verehrt. Sein Leben, wie sein Tod, mit vielen Fabeln gemischt. War in Italien und wahrscheinlich Schüler der Eleaten, nach Anderen der Pythagoräer. Reist auch nach Athen. Seine Physik jedenfalls eleatisch. Er lehrte die Einheit der vier Elemente und der wirkenden Kraft; diese ist die Liebe, als einzige Gottheit, in der Mitte der Welt.

6) Dioscorides (lebte um 60 p. C.). Berühmter Arzt aus Cilicien. Verfasser des griechischen Werkes *De materia medica*, das besonders für die Botanik der Alten eine wichtige Quelle ist.

7) Plinius, C. P. Secundus, oder der Aeltere (23-79). Geb. in Verona oder Como, aber früh in Rom, mit gelehrten Studien beschäftigt und mehrere Werke verfassend; sein Hauptwerk, *Historiæ naturalis* l. 37, eine äusserst werthvolle, aber unkritische Compilation über alle Zweige der Naturwissenschaft und ihre Anwendungen in der Medicin, Agricultur u. s. w., vollendete er ein Jahr vor seinem Tod. Unter verschiedenen Kaisern in höheren Militär- und Staatsstellen. Als Befehlshaber der Flotte bei Misenum findet er zu Stabiæ den Tod bei dem Ausbruch des Vesuv.

8) Galenus, Claudius (131-200). Geb. zu Pergamus in Kleinasien, Sohn eines ausgezeichneten Architecten. Widmet sich der Medicin, reist in Syrien und studirt in Alexandrien; lässt sich in Rom nieder, wird aber durch den Neid der anderen Aerzte vertrieben, beginnt wieder längere Reisen nach allen mittelmeerischen Ländern, kehrt nach Rom zurück und dient mehreren Kaisern als Arzt. Verfasser einer grossen Zahl von Schriften, besonders über Anatomie und Medicin.

9) Geber oder Dschafar (lebte um 750). Nach einigen ein Araber aus Mesopotamien, nach anderen ein geborner Grieche, der übertrat. Wahrscheinlich identisch mit Geber, Lehrer an der Hochschule in Sevilla. Nur bekannt durch seine Schriften über Chemie und Alchemie, die unter den Arabern und durch das ganze Mittelalter in höchstem Ansehn standen.

10) Albertus Magnus, Graf von Bollstädt (1193-1280). Geb. in Schwaben. Dominicanermönch. Lehrt über Aristoteles

in Köln und Paris, dann Bischof in Regensburg, bald aber in ein Kloster zu Köln sich zurückziehend, um der Wissenschaft zu leben, besonders dem Studium von Aristoteles und der Araber. Kam durch seine Kenntnisse in der Alchemie in den Verdacht der Zauberei. Seine Schriften füllen 21 Foliobände.

11) Roger Baco (1214-1293). Geb. in Somersetshire, studirt in Oxford und Paris und wird Franciscanermönch in Oxford. Beschäftigt sich vorzugsweise mit Naturwissenschaften und überragt an Kenntnissen und Scharfsinn alle seine Zeitgenossen. Erhält von seinen Klosterbrüdern den Zunamen *Doctor mirabilis*. Soll bereits Vergrösserungsgläser, Fernröhren, Brennspiegel, die Erklärung des Regenbogens, das Schiesspulver, die Nothwendigkeit einer Kalenderreform erkannt haben. Dringt in seinem *Opus majus* auf eine Reform der Philosophie und auf Begründung derselben durch Mathematik und Experimente. Wird der Magie und Zauberei angeklagt und lebt viele Jahre im Kerker.

12) Raymundus Lullus (1235-1315). Aus edlem Geschlecht auf Majorca. Führt in der Jugend ein wildes Leben, im Heer und am Hof; dann sich den Studien widmend; in Paris mit Roger Baco bekannt; in den Minoritenorden tretend. Bereist Frankreich, Deutschland, Italien, viel mit den berühmtesten Alchemisten verkehrend, dann den Orient. Will die Mauren in Nordafrika bekehren, ist längere Zeit in Gefangenschaft, kann aber entfliehn; kehrt nach Tunis zurück, predigt daselbst das Christenthum und wird gesteinigt. Verfasser zahlreicher, sehr dunkel geschriebener Schriften, von denen viele unächt sein mögen. Hat die Chemie mit wichtigen Entdeckungen bereichert.

13) Basilius Valentin (lebte in der zweiten Hälfte des 15. Jahrhunderts). Herkunft und Leben unbekannt, sogar seine Existenz bezweifelt. Soll Benedictinermönch in Erfurt gewesen sein. Seine Schriften über Alchemie und den Stein der Weisen noch excentrischer, als diejenigen von Raymundus Lullus.

14) Paracelsus, Philippus Aureolus Theophrastus Paracelsus Bombastus von Hohenheim (1493-1541). Geb. zu Einsiedeln, als natürlicher Sohn des Arztes Georg Bombast von Hohenheim, Grossmeister's des Johanniterordens. Als fahrender Schüler in vielen Ländern herumschweifend, mit Aerzten, Alchemisten, Astrologen verkehrend, als Quacksalber und durch Prahlerei bei dem grossen Haufen in hohem Ansehn, allerdings auch im Besitz vieler damals seltener praktischer Kenntnisse, besonders in der Medicin, und von grossen natürlichen Anlagen. Wird Professor in Basel und verbrennt vor seinen Zuhörern die Werke von

Galen und Avicenna. Muss später Basel verlassen, schweift wieder umher im Elsass, der Schweiz, Baiern, Böhmen, und stirbt in Salzburg.

15) Van Helmont, Johann Baptist (1577-1644). Geb. zu Brüssel, brabantischer Edelmann. Zeigt früh grosse Neigung zur Mystik und einem ascetischen Leben. Widmet sich erst der Theologie, dann der Medicin, vorzüglich durch die Schriften von Paracelsus angezogen. Obgleich der Alchemie ergeben, auch um die wahre Chemie von vielem Verdienst.

16) Boyle, Robert (1627-1691). Sohn von Richard Boyle, Graf von Cork in Irland. Zu Eton, dann auf Reisen in Paris, Genf, Italien, gebildet. In Oxford und später in London den Naturwissenschaften, besonders der Chemie, lebend. Unter den Stiftern der Royal Society und seit 1680 Präsident derselben.

17) Becher, Joh. Joachim (1635-1682). Sohn eines Predigers zu Speyer. Durch den Tod des Vaters und in Folge des 30jährigen Kriegs in Dürftigkeit und verbittert. Studirt Medicin, Chemie, Physik, und bereist einen grossen Theil von Europa. Professor der Medicin in Mainz, dann Leibarzt des Kurfürsten in München, später in Wien, auch hier unzufrieden, daher nach Holland und England, wo er stirbt. Seine *Physica subterranea*, 1669, die erste wissenschaftliche Chemie.

18) Stahl, Georg Ernst (1660-1734). Geb. zu Ansbach. Studirt Medicin in Jena, Leibarzt des Herzogs von Weimar, dann Professor in Halle, und hier eine eigene chemische und medicinische Schule gründend, von grossem Einfluss auf die Wissenschaft in und ausserhalb Deutschland. Zuletzt Leibarzt des Königs von Preussen in Berlin. Wenige haben so viel wie er zur Begründung und Bereicherung der Chemie beigetragen.

19) Boscowich, Roger Joseph (1711-1787). Geb. zu Ragusa in Dalmatien. Jesuit und Professor der Mathematik in Rom, durch mehrere astronomische Schriften berühmt. Führt eine Gradmessung aus im Kirchenstaat und veranlasst andere in Piemont, in Ungarn und Nordamerika. Dann Professor in Pavia und Mailand, wo er die Sternwarte der Brera stiftet. Nach Aufhebung des Jesuitenordens, in Paris, bald aber wieder in Italien, wo er, ein Jahr vor seinem Tod, seine sämmtlichen Werke herausgiebt. Seine dynamische Theorie der Materie erschien zuerst in einzelnen Abhandlungen, vollständig in seiner *Philosophiæ naturalis theoria*, 1759.

20) Le Sage, George Louis (1724-1803). Sein Vater, aus Burgund, hatte sich in Genf niedergelassen. Der Sohn studirt

in Basel und Paris ohne Neigung Medicin, mit Vorliebe sich mathematischen und physikalischen Arbeiten zuwendend. Ohne Hülfsmittel, erhält er sich durch Unterricht. Durch die Schriften von Fatio, dem Freunde von Huyghens und Newton, angeregt, entwirft er seine atomistische Theorie, die den Beifall seiner berühmten Mitbürger, besonders von J. A. de Luc erhielt.

[21]) Lavoisier, Antoine Laurent (1743-1794). Studirt in Paris Naturwissenschaft. Wird Generalpächter. Begründer der neueren Chemie (1775) durch Widerlegung der Theorie von Stahl und Einführung einer systematischen Terminologie. Stirbt mit den anderen Generalpächtern unter der Guillotine.

[22]) Hauy, René Just (1743-1822). Sohn eines armen Webers in St. Just, Departement de l'Oise, in einem Kloster erzogen, dann in Paris Chorknabe. Tritt in den geistlichen Stand, als Abbé, und ist Lehrer an mehreren Collèges. Mit Botanik, Physik, Mineralogie beschäftigt. Begründer der Krystallogie und neueren Mineralogie. Entgeht, als eidverweigernder Priester, kaum der Guillotine. Später Oberaufseher der mineralogischen Sammlungen, Professor an der Normalschule, am Musée, an der Universität. Stets bescheiden, fromm, wohlthätig, hinterlässt er nichts als seine Sammlung.

[23]) Dalton, John (1766-1844). Sohn eines armen Leinwebers in Cumberland. Nach genossener Schulbildung in seiner Heimath, Lehrer in Kendal, dann am neuen Collège in Manchester, wo er sich für immer niederliess, obgleich er die Lehrstelle aufgab, sich auf Privatunterricht beschränkte und öffentliche Vorlesungen in den verschiedenen Hauptstädten des Königreichs hielt. Seine atomistische Theorie ist erklärt in *A new system of chemical philosophy*, 1808.

9. Die Erfahrung als Grundlage der Naturwissenschaft.

Wie die Grundbegriffe der Mathematik und Mechanik, obgleich nicht empirischen Ursprungs, doch erst durch sinnliche Erfahrung sich in unserem Bewusstsein rein von zufälliger Beimengung und in voller Allgemeinheit und Nothwendigkeit gestalten, so ist um so mehr die Erfahrung die Quelle unserer Erkenntniss der Dinge und Erscheinungen selbst; ihr allein ver-

danken wir den Stoff, jenen ursprünglichen Vorstellungen die Form unseres Wissens von der Natur und natürlichen Dingen.

Die Erfahrung, um Grundlage unserer Wissenschaft zu werden, darf jedoch nicht nur in zufälligen vereinzelten Wahrnehmungen bestehn; die vielfachen Beweise, wie leicht unsere Sinne täuschen, wie oft die wichtigsten, aber weniger auffallenden Umstände eines Ereignisses übersehn werden, wie unsere Auffassung durch Vorurtheil oder das Spiel der Phantasie getrübt wird, müssen uns warnen, unseren nur nebenbei erhaltenen Eindrücken, oder den Erzählungen Anderer zu grosses Vertrauen zu schenken Nur eine mit geistiger Selbstthätigkeit und mit steter Rücksicht auf das Ziel der Wissenschaft vorgenommene, gegen alle Quellen der Täuschung und des Irrthums sich möglichst schützende Erfahrung kann Nutzen gewähren. Die Unbestimmtheit oder falsche Auffassung der Eindrücke wird vermieden durch eine Kunstsprache, worin jeder Ausdruck seine scharf bestimmte Bedeutung hat, und die vollkommenste Kunstsprache ist die mathematische. Die Angaben in Zahlbestimmungen sind allen anderen vorzuziehn und oft die einzig brauchbaren. Messung und Wägung gehören zu den wichtigsten Arbeiten des Naturforschers, auch desshalb, weil er bestrebt sein muss, auf die mathematische und mechanische Behandlung des Gegenstandes vorzubereiten. In vielen Fällen führt auch nur die Messung zur wahren Kenntniss der Thatsachen. Bis Lavoisier die Producte der Verbrennung abwog und schwerer fand, als den Körper vor seiner Combustion, nahm man an, es werde durch die Flamme etwas aus dem Körper entfernt. Bis Forbes durch Messung nachwies, dass die Gletscher stetig, wie eine Flüssigkeit, fortschreiten, glaubte man, es geschehe stoss- und ruckweise und suchte Theorie'n zur Erklärung dieser sprungartigen Bewegung. Gegen möglichen Irrthum schützt die mehrfache Wiederholung derselben Thatsachen; gegen verworrene Auffassung eine planmässige Folge der Erfahrungen.

Diese schärfer und planmässig durchgeführte Erfahrung heisst

Beobachtung, wenn die Dinge und Erscheinungen so aufgefasst werden, wie die Natur sie darbietet, ohne dass wir in ihre Entstehung oder Gestaltung eingreifen (Astronomie, Meteorologie, Geologie); sie wird zum Experiment oder Versuch, wenn wir die Erfahrung von uns aus herbeiführen, indem wir die Naturkräfte, so weit wir es vermögen, in Thätigkeit setzen und zur Erzeugung von Wirkungen veranlassen (Chemie, Elektricitätslehre, Optik). — Die Beobachtung ist oft getrübt durch störende Einflüsse, die wir nicht entfernen können, sie bleibt oft vereinzelt, und was an der Erscheinung unbeachtet blieb, lässt sich nicht nachholen. Im Experiment dagegen können die Verhältnisse mannigfaltig verändert und stets so bestimmt werden, wie der Zweck, den man im Auge hat, es verlangt; es kann ferner jeder Versuch so oft, als man es gut findet, wiederholt und jede Lücke, die offen gelassen wurde, ausgefüllt werden. Daher schreiten in der Regel die auf das Experiment gestützten Wissenschaften rascher und sicherer fort, als diejenigen, die auf die Beobachtung angewiesen sind. — Dieser Begriff des Experiments ist aber wesentlich verschieden von demjenigen, den man oft in den Ausdruck Experimental-Physik hineinlegt, sofern man unter dieser einen durch Experimente erläuterten Lehrvortrag versteht. Die Experimente, die einen solchen Vortrag begleiten, sind didaktisch, sie machen nur auf Klarheit, auch wohl auf Eleganz, keineswegs auf mathematische Genauigkeit und Reinheit von fremdartigen Einflüssen Anspruch, sie sollen bereits anerkannte Naturgesetze deutlich machen. Die ersteren Experimente dagegen sind heuristisch und streben nach der Entdeckung neuer Wahrheiten. — Auch die Taschenspielerei kündigt sich zuweilen an als Experimental-Physik, *Physique amusante.* Ihre Experimente, die man magische nennen könnte, haben im Interesse der Naturwissenschaft in sofern Werth, als sie uns beweisen, wie leicht es ist, unsere Sinne zu täuschen, wie sehr wir uns zu hüten haben, aus einer

uns unerklärbaren Thatsache vorschnell auf noch unentdeckte Naturkräfte, oder gar auf dämonische oder sonst übernatürliche Einwirkung zu schliessen.

Die Kunst gut zu beobachten und zu experimentiren ist in unserer Zeit zu einem hohen Grade von Vollkommenheit gebracht worden. Sie wird unterstützt durch mannigfaltige Apparate, meist Beweise des grössten menschlichen Scharfsinns, und bestimmt, theils zur Verstärkung unserer Muskelkraft zu dienen, wie Pressen, Hebel, Radwerke u. s. w., theils zur Erweiterung der unseren Sinnesorganen gesetzten Grenzen, wie Fernröhren, Mikroskope, theils zur Erzeugung besonderer Zustände, wie Luftpumpen, elektrische und galvanische Apparate, Polarisationsinstrumente, theils endlich und vorzugsweise zur Messung aller in Untersuchung fallenden Grössen, vermittelst Längenskalen, Winkelinstrumenten, Uhren, Wagen, Thermometern, Barometern, Photometern, Galvanometern, Deklinatorien u. s. w.

Fehlerfreie Messinstrumente zu erhalten ist kaum möglich. Jedenfalls ist vor jedem Gebrauch eine genaue Prüfung derselben die erste, oft langwierige Arbeit des Physikers, die ihm erst die Meisterschaft über sein Werkzeug erwirbt. Nach dieser Prüfung hat er sich Regeln zu bilden, um, durch angebrachte Correctionen, die Angaben des Instruments auf ihren wahren Werth zu reduciren, und mit Hülfe dieser, leicht in Formeln oder Tafeln auszudrückenden Regeln können auch mit fehlerhaften Instrumenten genaue Bestimmungen erhalten werden. Grosse Einfachheit in der Construction der Apparate gewährt den Vorzug, dass ihre Fehler sich mit voller Sicherheit auffinden lassen.

Dennoch werden sich, bei wiederholter Messung derselben Grösse, meist Differenzen zeigen, die von ungleichen Zuständen der Umgebung oder des Physikers selbst zur Zeit der Messungen herrühren können. Es entsteht daher die neue Aufgabe, aus diesen von einander abweichenden Werthen einen Werth zu be-

rechnen, der dem wahren am nächsten stehe, d. h. der wahrscheinlichste sein möge.

Die Lösung dieser Aufgabe, durch das arithmetische Mittel, ist eine leichte, wenn alle Werthe gleichen Anspruch auf Genauigkeit haben; sie beruht auf der Wahrscheinlichkeit, dass man eben so viel über dem wahren Werth a, als unter demselben gefehlt haben könne, dass also in der Summe die positiven Fehler + d + d', und negativen — d — d'... sich zerstören, so dass, für n Angaben

$$\frac{(a+d)+(a-d)+(a+d')+(a-d')+\ldots}{n}=a$$

sich ergebe. Der gefundene Werth a wird dem wahren um so näher kommen, je grösser die Anzahl n der in Rechnung gezogenen Fälle ist. Verdienen die n Werthe nicht gleiches Vertrauen, so lässt man die zweifelhaften mit geringerem Gewicht in das Mittel eingehn, d. h. man setzt sie nur einfach, die besseren 2, 3 etc. mal in die Summe.

In verwickelteren Fällen, wenn z. B. die Werthe bedingt sind durch andere, ebenfalls unter sich abweichende Werthe, verlangt die Auflösung die Anwendung besonderer Rechnungsmethoden, welche die Wahrscheinlichkeitsrechnung liefert und unter denen die Methode der kleinsten Quadrate am häufigsten zur Anwendung kommt.

Es sei z. B. eine grössere Anzahl von Punkten gegeben, die in gerader Linie liegen sollen, und man habe die Lage dieser Linie zu bestimmen. Wären die Punkte alle in richtiger Lage, so müsste eine durch je zwei gezogene Linie auch durch alle anderen gehn; trifft diess nicht ein, sind also die Positionen der Punkte fehlerhaft, so fragt es sich, welche Lage der Linie die grösste Wahrscheinlichkeit habe. Die Rechnung lehrt, dass es diejenige sei, bei welcher die Quadrate der Abstände von

den gegebenen Punkten die geringste Summe ausmachen. Man wählt die Quadrate der Fehler, damit nicht positive und negative Abweichungen sich aufheben.

10. Die Maasseinheiten.

Die Grundbedingung jeder Messung ist die Wahl einer Maasseinheit und die Möglichkeit, die zu messenden Grössen durch ihre vielfachen oder aliquoten Theile in Zahlen auszudrücken. Um Reductionen zu vermeiden ist zu wünschen, dass man sich für jede Art von Grössen auf die nämliche Maasseinheit und dieselbe Vervielfachung und Theilung derselben vereinige, und diese Uebereinstimmung ist am ersten zu erwarten, wenn die Maasseinheit nicht nach Willkür bestimmt, sondern von der Natur gegeben ist.

Zur Messung der Zeit gewährt diesen Vortheil der Sterntag, die Zeit einer Umwälzung der Erde, oder des Sternhimmels. Er hat jedoch den Nachtheil, nicht mit dem täglichen Gang der Sonne übereinzustimmen, der seinerseits den Nachtheil hat, zu verschiedenen Zeiten des Jahres ungleich zu sein. Man hat daher, seit ältester Zeit, sich zu einem mittleren Sonnentag vereinigt. Die Eintheilung dieser Zeiteinheit in 24 Stunden, der Stunde in 60 Minuten, der Minute in 60 Secunden, ist willkürlich und unbequem, aber uralt und allgemein angenommen. Ein Versuch, zur französischen Revolutionszeit, sie durch eine Decimaleintheilung zu verdrängen, konnte nicht durchgeführt werden. Für die kurzen Zeiträume, die in der Physik zu messen sind, dient als Einheit die Secunde, der 86400te Theil des mittleren Sonnentags. — Die Anzahl dieser Einheiten in einem Zeitraum entspricht der Anzahl Schwingungen eines Pendels, dem man die erforderliche Länge giebt, um während eines astronomisch bestimmten Sonnentages 86400, oder während eines Sterntages 86164,09 Schwingungen zu machen. Der Zeiger

einer Pendeluhr, oder einer nach dieser reglirten Federuhr giebt an, wie viele dieser Schwingungen auf den zu messenden Zeitraum kommen. Bruchtheile von Secunden werden gewöhnlich geschätzt. Besondere Vorrichtungen, wie das *Chronoskop* von Hipp, gestatten jedoch eine scharfe Bestimmung sehr kleiner Bruchtheile.

Die Raumgrössen zerfallen in Winkelgrössen, Längen-, Flächen-, und körperliche Grössen, und jede dieser Arten verlangt ihre besondere Maaseinheit.

Winkelgrössen werden durch die ihnen entsprechenden Kreisbogen gemessen, und für diese ist die natürliche Einheit der Kreis. Von Alters her wird der Kreis in 360 Grade getheilt, weil die Sonne in ihrer Bahn täglich um ungefähr diesen Theil, *gradus solis*, fortschreitet; der Grad hält 60 Minuten, die Minute 60 Secunden. Der Versuch, am Ende des vorigen Jahrhunderts, diese Eintheilung durch Decimaltheile zu verdrängen, hat ebenfalls keine Folge gehabt.

Als Längenmaasse dienen, je nach der Grosse des Gegenstandes, Meilen, gewöhnlich als aliquote Theile eines Aequatorgrades bestimmt, Toisen oder Klafter zu 6 Fuss, Fusse und ihre Unterabtheilungen. Um die von Land zu Land und Ort zu Ort wechselnden Maasseiten zu verdrängen, wurde, 1799, in Paris der Meter, ein Zehnmilliontel des Erdquadranten, als ein allen Theilen der Erde gemeinsames Maass eingeführt; griechische Vorsetzworte bezeichnen die, nach dem Decimalsystem aufsteigenden Vielfachen (*Decameter*, *Hectometer*, *Kilometer*, *Myriameter*), lateinische Vorsetzworte die Zehntel, Hundertel (*Decimeter*, *Centimeter*, *Millimeter*) u. s. w. Die Länge des Meters wurde, nach einer zu diesem Zwecke unternommenen Gradmessung, gesetzlich so festgesetzt, dass

1 Meter (bei 0° R.) = 443,296 Linien der Toise de Perou (bei 13° R.).

Von diesem legalen Meter kann der wahre, der je nach

der angenommenen Abplattung und anderen Voraussetzungen verschieden ausfällt, jedenfalls nicht beträchtlich abweichen. Nach den letzten Arbeiten von Bessel ist der wahre Meter gleich 443,334 Pariser Linien.

In England ist die gesetzliche Längeneinheit der Yard = 3 Fuss, so bestimmt, dass 39,13929 englische Zolle gleich sind der Länge des Secundenpendels in der Breite von London.

Die Vergleichung der gebräuchlichsten Längenmaasse mit dem Meter führt zu folgenden Werthen:

1 Pariser	Fuss	= 0,324839	Meter.	
1 Wiener	„	= 0,316102	„	in den österreichischen Staaten eingeführt.
1 Rheinländischer	„	= 0,313854	„	in Preussen gebräuchl.
1 Englischer	„	= 0,304794	„	auch in Russland eingeführt.
1 Schweizer	„	= 0,300000	„	auch in Baden gesetzl.
1 Alt-römischer	„	= 0,295900	„	

Es ist demnach $^1/_{144}$ Pariser-Fuss, oder 1 Pariser-Linie = 2,256 Millimeter; 1 englischer Zoll = 25,400 Millimeter.

Zu Flächenmaassen werden die Quadrate der Längenmaasse verwendet. Besondere Flächeneinheiten sind in der Landwirthschaft eingeführt und mit eigenen Benennungen bezeichnet.

Die körperlichen, oder Cubicmaasse, Volumeneinheiten, sind die Würfel der Längenmaasse und tragen, je nachdem sie für feste Körper oder für Flüssigkeiten bestimmt sind, besondere Namen. Im metrischen System ist, für feste Körper

1 Stere = 1 Cubicmeter,

für Flüssigkeiten

1 Liter = 1 Cub. Decimeter.

Im schweizerischen System ist

1 Viertel = 15 Liter = $^5/_9$ Cub. Fuss.

1 Maass = $1^1/_2$ Liter = $^1/_{18}$ Cub. Fuss = $^1/_{10}$ Viertel.

Andere Grössen können nicht, wie die vorigen, durch eine Einheit gemessen werden, die sich direct als eine ihnen gleichartige darbietet, und die Wahl der Maasseinheit beruht auf physikalischen Lehrsätzen oder Voraussetzungen. Die Messung führt nur zu relativen Bestimmungen.

Die Theorie der Schwere lehrt, dass, wenn die Schwerkraft dieselbe ist, die Massen der Körper sich verhalten, wie ihre Gewichte, dass also dieselben Zahlen, welche die Gewichte ausdrücken, auch als Ausdruck der Massen dienen können. Bestimmt man also das absolute Gewicht, d. h. das durch eine Gewichtseinheit ausgedrückte Gewicht einer Masse z. B. gleich 5 Pfund, so heisst das nur, sie enthalte 5 mal so viel materielle Theile, als 1 Pfund enthält; wie viel Theile aber in 1 Pfund enthalten sind, bleibt unbestimmt, die Zahl 5, sofern sie die Masse ausdrückt, ist nur eine relative.

Die Gewichtseinheit im neu französischen System ist das Gramm, gleich dem Gewicht von 1 Cubic-Centimeter reines Wasser bei 4° C. Temperatur. Für grössere Massen dient das Kilogramm = 1000 Gramm = dem Gewichte von 1 Liter reines Wasser. — Die älteren Gewichtseinheiten heissen gewöhnlich Pfund; es ist

1 Wiener Pfund (Oesterreich)	=	0,5600164 Kilogramm.
1 Schweizer Pfund (Baden, Sachsen)	=	0,5000000 „
1 Alt-Französisches Pfund	=	0,4895058 „
1 Preussisches Pfund	=	0,4677110 „
1 Englisches Pfund, avoir du poids	=	0.4536005 „
1 Russisches Pfund	=	0,4095060 „
1 Nürnberger Apotheker Pfund	=	0,3578540 „

Das alt-französische Pfund enthält 9216 Grains, daher 1 Grain = 0,053115 Gramm, oder 1 Gramm = 18,827 Grains.

Ebenfalls aus der Theorie der Schwere folgt, dass die Dichten der Körper sich verhalten wie ihre Specifischen Gewichte, d. h. wie die Zahlen, welche ausdrücken, wie

vielmal, bei gleichem Volumen, der Körper schwerer sei, als reines Wasser bei 4° C. Die Maasseinheit der Dichten ist also die Dichte des reinen Wassers bei 4° C.

Bewegende Kräfte verhalten sich wie die von ihnen erzeugten Quantitäten der Bewegung; es wird also irgend eine Bewegungsquantität als Krafteinheit zu wählen sein. Die Natur bietet keine dar, die sich zu allgemeiner Annahme empfiehlt, und die Wahl fällt der Willkür zu. Das Bedürfniss macht sich besonders in der technischen Mechanik geltend, und zu ihren Zwecken sind verschiedene Krafteinheiten eingeführt worden. Das Kilogrammmeter, als Krafteinheit, ist die Kraft, die erforderlich ist, um 1 Kilogramm 1 Meter hoch zu heben; in anderen Maasssystemen ist die Einheit das Fusspfund. Häufig wählt man zur Einheit die Pferdekraft und setzt dieselbe gleich 70, oder, für Dampfmaschinen, gleich 75 Kilogrammmetern.

Das Thermometer zeigt den Wärmegrad, die Temperatur, an durch den Stand des Quecksilbers in einer verschlossenen Glasröhre, worin es, je nach dem Wärmegrad, sich ausdehnt oder zusammenzieht. Die damit verbundene Skale hat zwei Fixpunkte, einen tieferen, den Gefrierpunkt, bei welchem das Quecksilber steht. wenn das Thermometer in schmelzendes Eis getaucht ist, und einen höheren, den Siedpunkt, bis zu welchem das Quecksilber sich ausdehnt, wenn das Thermometer vom Dampf des siedenden Wassers umgeben ist. Man hat durch Versuche sich überzeugt, dass das Quecksilber in allen gut construirten Thermometern bei gleicher Temperatur sich auf dem gleichen Punkt ihrer Skale hält. — Die Skale wird verschieden getheilt. Réaumur (1683-1757) setzt 0° bei dem Gefrierpunkt, 80° bei dem Siedpunkt, theilt den Zwischenraum in 80 gleiche Theile und trägt dieselben unter 0, als negative oder Kältegrade, und über 80 hinaus auf. Fahrenheit (stirbt 1740) setzt 32° bei dem Gefrierpunkt, 212° bei dem Siedpunkt, theilt den Zwischenraum in 180 gleiche Theile und setzt sie ebenfalls jenseits der

Fixpunkte fort. Celsius (1701-1744) setzt 0° bei dem Gefrierpunkte, 100° bei dem Siedpunkte. Es sind also

$$4^0 \text{ R.} = 5^0 \text{ C.} = 9^0 \text{ F.}$$

Bei der Verwandlung aus Fahrenheitgraden müssen 32° subtrahirt, bei derjenigen in Fahrenheitgrade addirt werden.

Die Eintheilung nach Réaumur ist vorzüglich üblich in Deutschland und der Schweiz, diejenige nach Fahrenheit in England und in den Vereinigten Staaten, diejenige nach Celsius, oder das Centesimal-Thermometer, in Frankreich und, für wissenschaftliche Arbeiten, auch in Deutschland.

Die Thermometergrade sind nicht Wärmeeinheiten; es ist nicht gemeint, dass, wenn ein Thermometer auf 10° steht, sein Quecksilber 10 mal so viel Wärme enthalte, als wenn es auf 0° steht, oder dass es bei 0° gar keine Wärme enthalte. Die Bestimmung des Thermometers ist nicht Messung, sondern Angabe der Temperaturen, und es gewährt den Vortheil, dass nach seinen Angaben jede Temperatur wieder hergestellt werden kann, und verschiedene Beobachter sich über Wärmeverhältnisse verständigen können. Selbst relative Wärmequantitäten werden durch das Thermometer nicht gemessen; denn offenbar wird ein grosses Thermometer, damit seine Quecksilbermasse sich um eine bestimmte Grösse ausdehne, mehr Wärme aufnehmen, als ein kleines. Die Wärmemengen, wenn sie vergleichbar sein sollen, müssen daher auf ein gleiches Gewicht, oder gleiches Volumen der sie aufnehmenden Masse reducirt werden.

Die angenommene Wärmeeinheit ist die Wärmemenge, welche die Gewichtseinheit Wasser aufnimmt, um ihre Temperatur um 1° zu erheben. In dieser Einheit werden u. a. die Wärmecapacitäten oder Specifischen Wärmen der Stoffe ausgedrückt. Wenn es z. B. heisst, die specifische Wärme des Eisens sei 0,1138, so hat es den Sinn, 0,1138 der Wärme, welche erforderlich ist, um ein Gewicht Wasser

um 1° zu erwärmen, seien hinreichend, um ein gleiches Gewicht Eisen um 1° zu erwärmen.

So wie die Mechanik und die Wärmelehre haben auch andere Theile der Physik ihre besonderen Einheiten eingeführt.

11. Die inductive Naturwissenschaft.

Die Schlussform von einzelnen Fällen oder Beweisgründen, *Instantiæ* nennt sie Baco[3]), auf alle Fälle heisst Induction und ist in allen empirischen Wissenschaften, welche sich zu allgemeinen Urtheilen erheben wollen, die allein anwendbare. Der Verstand ist derselben besonders zugeneigt, weil seine Aussprüche, durch ihre allgemeine Ausdehnung, den Charakter nothwendiger Wahrheiten gewinnen, und macht daher öfters unbefugten Gebrauch von ihr. Der zu rasche Uebergang zu allgemeinen Principien auf dem Wege der Induction hat während Jahrtausenden vorzugsweise die Fortschritte der Naturwissenschaft gehemmt, während in neueren Zeiten der Aufschwung, den sie genommen hat, und die Sicherheit ihres Wissens grossentheils der behutsamen Ueberwachung beizumessen sind, die, von der grossen Mehrzahl stimmberechtigter Naturforscher ausgehend, jede Anmaassung Einzelner, sich zu Gesetzgebern in der Wissenschaft aufzuwerfen, schnell zurückdrängt oder durch Nichtbeachtung straft. Es macht sich dieser Einfluss selbst in der sehr ungleichen Stufe der Ausbildung einzelner Wissenschaften geltend. In der Astronomie, die allen anderen als Vorbild dient, wird das Richteramt über die Zulässigkeit der Instanzen und der auf sie gestützten Induction am strengsten ausgeübt, während die Geologie ihre verspätete Anerkennung und immer noch schwankende Haltung besonders der schwer zu überwindenden Schwierigkeit beizumessen hat, ihre unendlich mannigfaltigeren, aber selten durch Messung scharf bestimmbaren Instanzen gehörig zu controlliren und einem geregelten Inductionsverfahren zu unterwerfen.

Im einfachsten Falle, wenn dieselbe Thatsache sich unter ganz identischen Umständen wiederholt, hat der Inductionsschluss für uns volle überzeugende Kraft, und das allgemeine Urtheil heisst uns dann selbst auch eine Thatsache, oder sofern man ihm grössere Wichtigkeit beimisst, ein Naturgesetz. Je allgemeiner ein Urtheil ist, desto mehr kömmt ihm die letztere Benennung zu. Wir finden z. B., dass jedesmal, wenn eine geringe Menge Kochsalz in reines Wasser geworfen wird, sie sich auflöst, und schliessen durch Induction auf die Thatsache: Kochsalz ist im Wasser auflöslich. Aber die Induction hat so bereits ihre Grenzen überschritten, man war nur zum Schluss berechtigt: geringe Mengen Kochsalz sind auflöslich, und es zeigt sich bald, dass bei wachsender Menge des Salzes die Auflöslichkeit ein Ende hat. Genauere Versuche belehren uns, dass auf 2,7 Gewichtstheile Wasser höchstens 1 Theil Salz kommen darf, und die allgemein ausgesprochene Thatsache muss also heissen: bis zu einer bestimmten Gewichtsgrenze ist Kochsalz im Wasser auflöslich. Es wäre denkbar, dass auch so beschränkt der Ausdruck noch zu allgemein, die Induction eine unbefugte wäre, dass die Lösbarkeit nur innerhalb bestimmter Temperaturgrenzen, oder unter gewöhnlichem atmosphärischem Druck, oder unter anderen Beschränkungen stattfände, was jedoch bei dem gewählten Beispiel nicht der Fall ist. — Grössere Vorsicht noch ist erforderlich, wenn jeder Fall von dem anderen abweicht, die Induction ist dann nur folgerichtig, wenn alle zustimmenden Fälle, *Instantiæ positivæ* Baco, geprüft sind, und ein einziger abweichender Fall, *Instantia negativa* Baco, hebt den Schluss auf; z. B. der allgemeine Satz, dass alle weissen Metalle undurchsichtig sind, kann durch die Entdeckung eines bekannten oder neuen Metalls in so dünn geschlagenem Zustande, dass es durchscheinend wird, verneint werden.

Mit gleicher Besonnenheit, nach allen Seiten abwägend und prüfend, jede Uebereilung abweisend, erhebt sich die Induction

von den allgemeinen, zunächst aus der Erfahrung gefolgerten Urtheilen zu noch allgemeineren, die nicht nur mehrere jener ersten zusammenfassen, sondern sie auch in neuem, hellerem Lichte darstellen und daher oft als Erklärungen erscheinen. Diese höhere Stufe lässt sich, ohne einen nicht gewöhnlichen Grad von Scharfsinn und Phantasie, selten gewinnen; denn sie verlangt meist eine ganz veränderte Auffassung der Dinge, die mit der directen sinnlichen Wahrnehmung im Widerspruch stehn kann, und auf einem glücklichen, wie durch Inspiration gegebenen Einfall zu beruhen scheint, wirklich aber die Frucht längerer intensiver, geistiger Thätigkeit ist. So fand Copernicus[1]) die Erklärung der scheinbaren täglichen Bewegung der Gestirne und der Planetenbahnen in der Rotation und jährlichen Bewegung der Erde, indem er sich als Beobachter in die Sonne, statt wie bisher auf der Erde dachte; so fand Newton die Erklärung der natürlichen Farbe der Körper in den Farben dünner Blättchen; so Ampère[4]) die Erklärung der elektromagnetischen Erscheinungen in kreisförmigen elektrischen Strömen; in der Mineralogie gab die Unterordnung der verschiedenen Krystallreihen unter sechs Axensysteme der ganzen Krystallehre eine neue Gestalt.

Die Induction erscheint auf dieser Stufe in der Regel zuerst als Hypothese, als ein Versuch, durch eine neue Darstellung oder Combination der Thatsachen, sie mit bekannten Principien in Verbindung zu setzen, d. i. zu erklären, oder wenigstens einfacher und allgemeiner auszudrücken. Ein wesentlicher Unterschied besteht jedoch zwischen begründeten und leeren Hypothesen und, um denselben noch mehr hervorzuheben, hiess Newton die ersteren wahre Ursachen, *veræ causæ*, und nur die letzteren Hypothesen. Eine begründete Hypothese soll sich auf wirklich erkannte Thatsachen stützen, nicht nur auf Möglichkeiten oder willkürliche Annahmen. So hat man versucht, den Fall von Meteorsteinen zu erklären: 1) durch eine Anziehung der Erde auf kleine, im Weltraum schwebende Körper,

2) durch einen Auswurf unserer Vulcane, 3) durch einen Auswurf von Mondvulkanen, 4) durch eine Condensation mineralischer Dämpfe. Die zwei ersten Erklärungen müssen als *veræ causæ* anerkannt werden, die zwei letzten aber als leere Hypothesen, da weder das Vorkommen von Vulcanen im Mond, noch dass sie Steine auswerfen als wirkliche Thatsachen bekannt sind, da ferner auch das Vorkommen mineralischer Dämpfe in der höheren Atmosphäre und die Möglichkeit ihrer schnellen Condensation durch nichts bewiesen wird. — Entscheidend über den Werth einer Hypothese lässt sich urtheilen, wenn sie, durch Beobachtungen oder Experimente, einer Prüfung der Empirie unterworfen werden kann. Erst nach Verwerfung vieler anderer, in der Prüfung sich nicht bewährenden Hypothesen erkannte Kepler in der mit Tycho de Brahe's[2]) Beobachtungen übereinstimmenden Voraussetzung, dass die Planeten sich in Ellipsen um die Sonne bewegen, ein Naturgesetz. Auch Lavoisier hielt seine der herrschenden chemischen Theorie widersprechende Hypothese über die Verbrennung erst dann für begründet, als er sich durch ein Experiment von der Gewichtszunahme des verbrannten Körpers überzeugt hatte. Selbst auf der unteren Stufe der Induction ist die Hypothese und ihre Prüfung der gewöhnliche Gang der Wissenschaft. Dass, in der täglichen Bewegung, die Gestirne Kreisbogen um einen Pol beschreiben, ist nicht directes Ergebniss der Anschauung, sondern eine Hypothese, die erst durch Messung und Rechnung als wahr bewiesen werden muss. Hauy erzählt, dass die zufällige Zerspaltung eines Kalkspathkrystalls ihn zur Entdeckung des Rhomboeders, als der Theilungsgestalt aller Kalkspathkrystalle, geführt habe. Um zu diesem Ergebniss zu gelangen, musste er vorerst von der Hypothese ausgehn, dass der zerspaltene Krystall sich auch nach anderen Richtungen, als nach der zuerst erhaltenen, werde theilen lassen, eine Annahme, die durch den Versuch bestätigt wurde; er musste dann die neue Hypothese setzen, dass die

so erhaltene Gestalt ein Rhomboeder sei, und dass alle anderen Kalkspathe dasselbe Rhomboeder geben; was nur durch neue Versuche und durch Messung bestätigt werden konnte.

Verschiedene, besonders mathematische Methoden können die Auffindung allgemeinerer Ausdrücke und Naturgesetze erleichtern, oder wenigstens anbahnen. Dahin gehören

1. Die Methode der grossen Zahlen. Sie ist eine weitere Ausdehnung des arithmetischen Mittels und beruht auf der Annahme, dass, so wie in diesem die einzelnen Fehler, so überhaupt in der Summe einer grossen Zahl von Fällen, die Abweichungen von einem mittleren Werth sich gegenseitig aufheben. So ergiebt sich für die Anzahl der männlichen Geburten zu derjenigen der weiblichen, wenn man die Zählung auf mehrere Jahre und stärkere Volksmengen ausdehnt, ein constantes Verhältniss, wenn auch im Einzelnen nur der Zufall zu herrschen scheint. So ist nur mit Hülfe grosser Zahlen der, freilich noch unerklärte, Zusammenhang der Witterung mit den Mondsphasen, der Erdbeben mit den Jahreszeiten aufgefunden worden.

2. Die Methode der Curven. Das Gesetzliche in dem Gang einer Erscheinung tritt oft weit klarer hervor, wenn man diesen Gang oder Fortschritt graphisch, durch eine Curve darstellt, welche die Abhängigkeit zweier einander bedingender Grössen ausdrückt. Die eine Grösse, die bedingende, wird nach ihren verschiedenen Werthen, als Abscisse, die andere, die bedingte, als Ordinate aufgetragen, und die durch alle Endpunkte der Ordinaten gezogene Curve zeigt den Gang. Sie dient zugleich zur Elimination der kleineren Beobachtungsfehler, die durch die gesetzmässige Krümmung der Curve, die hiemit die Methode der kleinsten Quadrate vertritt, ausgeschlossen werden, so wie auch zur Interpolation, d. h. zur Bestimmung von Werthen, die zwischen die direct erhaltenen hinein fallen. Will man z. B. zur Uebersicht bringen, wie die Grenzen des ewigen

Schnee's vom Aequator nach den Polen zu sich der Meeresfläche nähert, so wählt man die Breiten zu Abscissen, die entsprechenden direct beobachteten Höhen der Schneegrenze zu Ordinaten, und die hiedurch erhaltene Curve wird das Gesetz der Abnahme dieser Höhen klarer erkennen lassen, als wenn man sich an die abstracten Zahlen halten wollte. Auf ähnliche Art erhält man Curven für den täglichen oder jährlichen Gang der Temperatur eines Ortes, indem man die Tagesstunden, oder die Jahrestage als Abscissen, die entsprechenden Thermometerhöhen als Ordinaten benutzt.

3. Die Methode der empirischen Formeln. Man kann sie als die analytische Behandlung der vorigen Methode betrachten; sie gestattet aber eine allgemeinere Anwendung. Die Methode der Curven kann nämlich bei mehr als drei Veränderlichen nicht benutzt werden, während sich jede Art von Abhängigkeit zwischen einer beliebigen Anzahl veränderlicher Grössen durch einen analytischen Ausdruck darstellen lässt. Was die Methode von dieser Seite auszeichnet, verliert sie aber zum Theil durch die Schwierigkeit, bei der durch jene Allgemeinheit gegebenen Willkür, in jedem besonderen Fall den passenden Ausdruck aufzufinden, und bald müssen hiebei, wie überhaupt bei der inductiven Entdeckung von Naturgesetzen, natürlicher Scharfsinn, oder eine durch längere Uebung zu erwerbende Fertigkeit aushelfen, bald giebt man dem Ausdruck die allgemeine Form einer Reihe, deren Coefficienten durch Anwendung auf einzelne Fälle bestimmt werden.

Ein Beispiel erster Art giebt uns die Formel von Tob. Mayer über die mittlere Jahreswärme t eines in der Breite φ gelegenen Ortes im Niveau des Meeres. Mit Rücksicht auf die Abhängigkeit der Sonnenwärme von der Schiefe der einfallenden Strahlen, gab Mayer dem Ausdruck die Form

$$t = a - b \sin^2\varphi,$$

worin a und b als Unbekannte aus den direct gefundenen Tempe-

raturen zweier Orte, oder, mit Hülfe der Methode der kleinsten Quadrate, aus denjenigen einer beliebig grossen Zahl von Orten bestimmt werden müssen. Auf dem letzteren Weg berechnete Kämtz aus 7 direct bestimmten Werthen von t

$$t = 28^0, 93 - 32,93 \sin^2\varphi.$$

Die zwei äussersten Orte liegen an der Küste von Sierra Leone und auf Island, und die Formel kann dienen, um t für dazwischen liegende Orte von gegebener Breite φ zu finden, d. h. zur Interpolation. Auf anderen Meridianen würden jedoch die Werthe von a und b verschieden ausfallen, so dass die Mayer'sche Formel keine allgemeine Geltung hat.

Die Dichtigkeit der Körper bei verschiedener Wärme stellte Thomas Young dar durch die Reihe

$$D = a + b t + c t^2 + d t^3 + e t^4 \ldots,$$

worin t den Temperaturgrad, a, b, c . . . durch Beobachtung zu bestimmende Coefficienten bezeichnen, und die grösste Dichtigkeit = 1 angenommen wird. Für reines Wasser fand nun Stampfer, wenn t sich auf die hunderttheilige Skale des Thermometers bezieht und die späteren, unmerklich werdenden Glieder vernachlässigt werden,

$$D = 0,999887 + 0,000060032 t - 0,0000084236 t^2 + 0,000000058 t^3 - 0,0000000001217 t^4.$$

Die Bestimmung der Constanten a, b, c . . würde, strenge genommen, hier fünf directe Beobachtungen verlangt haben; da jedoch, um grösserer Genauigkeit willen, die Anzahl directer Beobachtungen, also auch der Gleichungen, beträchtlich grösser war, so musste die Berechnung von a, b, c . . wieder durch die Methode der kleinsten Quadrate erhalten werden.

Sind die Grössen an eine periodische Wiederkehr gebunden, wie z. B. die Temperaturen in den verschiedenen Tagesstunden, oder Monaten, so wird die Reihe besser als eine nach Kreisfunctionen fortschreitende dargestellt, z. B. in der zuerst durch E. Schmidt vorgeschlagenen Form

$$r = a + b \cos \varphi + c \sin \varphi + d \cos 2 \varphi + e \sin 2 \varphi + f \cos 3 \varphi + \ldots$$

worin r die von φ abhängige Grösse, a, b, c . . . die aus den Beobachtungen zu findenden Constanten bezeichnen, und φ der in Graden ausgedrückte entsprechende Theil der Periode ist. Schreitet z. B. die Grösse r nach Tagesstunden, oder nach Monaten fort, so ist, im ersten Fall, $\varphi = 15^0, 30^0, 45^0 \ldots$ im zweiten Fall, $\varphi = 30^0, 60^0, 90^0 \ldots$ zu setzen. Häufig wird folgender Form der Reihe der Vorzug gegeben

$$r_n = a + b \sin (n \varphi + m) + c \sin (2 n \varphi + m') + d \sin (3 n \varphi + m'') + \ldots$$

worin r_n der dem n^{ten} Glied der Periode entsprechende Werth von r ist, und m, m', m'' . . . constante durch die Beobachtung zu bestimmende Winkel bezeichnen.

Die höchste Stufe der Induction strebt nach obersten Principien, die sich als erklärende Ursachen einer ganzen Gruppe verwandter Thatsachen und Naturgesetze darstellen. Dieselben erscheinen als nicht weiter ableitbare Kräfte, oder als Thätigkeiten, Bewegungen, die durch Kräfte hervorgerufen werden. Die allgemeine Anziehung, Gravitation, Schwere, welche die Bewegungen der Himmelskörper, den Fall der Körper, das Gleichgewicht der Meere, das Fliessen der Ströme und viele andere Erscheinungen beherrscht, ist ein Princip ersterer Art; die durch eine uns unbekannte Kraft erzeugten Vibrationen eines hypothetisch angenommenen Aethers, durch welche sich alle Lichterscheinungen erklären lassen, und auf welche einst vielleicht auch die Erscheinungen der Wärme zurückgeführt werden können, geben ein Beispiel eines Princips letzterer Art. Es könnte scheinen, das letztere Princip stehe auf einer tieferen Stufe, als das erstere, da es noch nach einer Ursache der Vibrationen fragt. Es entspringt jedoch diese Frage nur aus der niemals zu befriedigenden Vorstellung der Causalität, die uns ebenfalls drängt, nach einer Ursache der Gravitation zu forschen. Die wesentliche Eigen-

schaft eines obersten Princips ist nicht, dass es als Kraft erscheine, sondern, dass es sich als erklärende Ursache aller ihm unterzuordnender Wirkungen erweise. So werden auch in der Akustik, wo die Ursachen der Schall erzeugenden Vibrationen uns in der Regel bekannt sind, diese letzteren und nicht die Stösse, Pressungen, Biegungen u. s. w., die sie verursachen, als Princip anerkannt.

Die zwei unteren Stufen der Induction, die sich von der vereinzelten Erfahrung zu allgemeinen Urtheilen und Naturgesetzen erheben, bilden die formale Unterlage, welche gehörig breit und fest gelegt sein muss, bevor man es wagen soll, über ihr den pyramidalen Bau der physikalischen, d. h. erklärenden Theorie aufzuführen. Dass diese Vorschrift zu leicht genommen wurde, ist grossentheils Schuld gewesen an den vielen falschen Theorie'n, die nur noch in der Geschichte der Wissenschaft eine Stelle haben.

Die Auffindung oberster Principien ist eben so wenig, wie diejenige höherer Naturgesetze an feste Regeln gebunden; sie beruht auf einem durch tieferes Studium der Natur gereiften Scharfsinn und auf einer glücklichen Hypothese, welche sich in der Prüfung einer erklärenden Anwendung auf alle vorliegenden Fälle als vollkommen haltbar erweist. Besonderes Gewicht verdienen die Thatsachen, *Instantiæ prærogativæ Baco*, die für sich allein mehr beweisen, als viele andere zusammengenommen, und als eine solche bezeichnet Baco die *Instantia crucis* (eine Benennung, hergenommen von den an Scheidewegen aufgestellten Kreuzen), welche zwischen zwei gleich wahrscheinlichen Annahmen entscheidet. Das Vorrücken der Gletscher z. B. wurde einerseits auf das Princip der Wärme zurückgeführt, indem man es von der Ausdehnung des in den Spalten gefrierenden Wassers herleitete, andererseits auf das Princip der Schwere, indem man den Gletscher als einen langsam fliessenden Strom betrachtete. Nach der ersten Ansicht muss die Bewegung vorzugsweise statt-

finden bei abnehmender Temperatur, des Abends und in der Nacht, nach der zweiten eher bei zunehmender Temperatur, wenn das Eis durch die Wärme und warme Regen aufgelockert wird. Durch Messung wurde bewiesen, dass diese *Instantia crucis* zu Gunsten des Princips der Schwere entscheidet. — Nach der Emanationstheorie von Newton wird das Licht, wenn es aus der Luft in Wasser tritt, desshalb gebrochen, weil seine Theilchen vom Wasser angezogen werden, seine Geschwindigkeit im Wasser ist daher grösser, als in der Luft; nach der Undulationstheorie dagegen findet die Brechung statt, weil die Geschwindigkeit im Wasser kleiner ist. Nach scharfsinnigen Versuchen von Fizeau ist aber wirklich die Fortpflanzung des Lichtes im Wasser langsamer, als in der Luft, und diese *Instantia crucis* entscheidet für die Undulationstheorie.

[1]) Copernicus, Niklaus Köpernik (1472-1543). Geb. zu Thorn, Sohn eines Wundarztes in Krakau. Neffe des Bischofs von Ermeland. Studirt Medicin in Krakau. Lehrer der Mathematik in Rom, dann Canonicus zu Frauenburg (an der Frischen Haff.). Oefters in Staatsgeschäften verwendet, seine Musse der Astronomie widmend. Seine, schon 1530 verfasste Arbeit über das Sonnensystem, *De revolutionibus orbium cœlestium l. VI.*, erschien erst 1543 zu Nürnberg durch die Bemühungen von Rheticus.

[2]) Tycho de Brahe (1546-1601). Geb. in Skonen aus altadelicher dänischer Familie. Studirt in Kopenhagen und widmet sich bald ganz der Astronomie und Chemie. Nach Reisen in Deutschland, hält er, begünstigt durch den König Friedrich II., astronomische Vorlesungen in Kopenhagen, empfängt später von demselben einen bedeutenden Jahrgehalt und die schöne Insel Hveen, wo er das Schloss Uranienburg mit Sternwarte und chemischem Laboratorium baut. Hier 21 Jahre mit Beobachtungen beschäftigt. Nach dem Tode des Königs, durch den Minister von Christian IV verfolgt, verliert er seinen Besitz, flüchtet nach Prag (1599) und wird von Kaiser Rudolf II mit neuen Gütern beschenkt. Der genaueste und thätigste beobachtende Astronom seiner Zeit.

[3]) Baco, Franz, von Verulam (1561-1626). Geb. zu London, studirt in Cambridge. Nach längeren Reisen in Frank-

reich, in Staatsdienste tretend, z. Th. begünstigt von seinem Oheim Burleigh und dessen Sohn Cecil, so wie von Essex, gegen den er später sich sehr undankbar bewies. Durch Jacob I in Adelstand erhoben und Grosskanzler. Der Bestechung angeklagt und derselben geständig, seiner Stellen entsetzt, zu harter Geldstrafe und Einkerkerung im Tower verurtheilt. Von seiner Jugend her Gegner der aristotelischen Scholastik und hoch verdient um die Methodik in den Wissenschaften. Seine Hauptwerke: *De dignitate et augmentis Scientiarum*, 1623, (früher englisch, 1605) und *Novum organum scientiarum*, 1620, zuerst unter dem Titel *Cogitata et visa*, 1612; beide dem König gewidmet.

[4]) Ampère (1775-1836.) Geb. zu Lyon. Professor an der Ecole Polytechnique. Vorzüglich verdient durch seine *Théorie des phénomènes électrodynamiques*, 1826, die er schon 1820, durch geistvolle Auffassung der Entdeckung des Electromagnetismus durch Oersted, begründet hatte.

12. Die deductive Naturwissenschaft.

Die Prüfung eines physikalischen Princips besteht vorzugsweise in einer Deduction oder Ableitung der aus ihm herfliessenden Ergebnisse und einer Vergleichung derselben mit der Empirie. Dasselbe Verfahren führt zur Begründung und Erklärung der Naturgesetze und Naturerscheinungen. Am glänzendsten aber erweist es sich, wenn auf diesem Wege, nicht nur bekannte Thatsachen theoretisch begründet, sondern neue Thatsachen durch die Theorie entdeckt und später erst empirisch nachgewiesen werden. Kein Zeugniss vermag stärker für die Richtigkeit eines Princips zu sprechen, während umgekehrt eine zum Grund gelegte Hypothese sich immer haltloser darstellt, wenn sie zur Erklärung jeder neuen Thatsache besonders modificirt, oder durch neue Hypothesen gestützt werden muss. — Dieser Gegensatz in der Haltung der beiden optischen Theorie'n war es, der, bereits vor dem Versuche von Fizeau, die Mehrzahl der Physiker bewogen hatte, der Undulationstheorie den Vorzug zu geben. Während diese aus ihrem Princip Folgerungen zog, welche das Experiment

bald nachher bestätigte, war die Emissionstheorie genöthigt, stets neue Voraussetzungen zu machen, um jene Folgerungen auch mit ihrem Princip in Einklang zu setzen. — Denselben Gang zeigte die Wissenschaft während des Streites der älteren Chemie von Stahl mit der neueren von Lavoisier und entschied auch bald zu Gunsten der letzteren. — Den grössten Triumph aber feierte die deductive Wissenschaft, als Le Verrier (1846) auf dem Wege der Theorie, nicht nur die Existenz, sondern auch für eine gegebene Epoche den Ort am Sternhimmel eines bisher unbekannten Planeten berechnet hatte, und bald nachher dieser Planet, jetzt als Neptun in unser System aufgenommen, von Galle in Berlin wirklich aufgefunden wurde.

In der Entwicklung eines Princips und der Deduction aller darin liegenden Resultate zeigt sich die grosse Wichtigkeit mathematischer und mechanischer Vorbereitung. Wie in der analytischen Geometrie aus der allgemeinen Gleichung des zweiten Grades der ganze Reichthum von Eigenschaften der Kegelschnitte abgeleitet wird, so enthält auch eine physikalische Gleichung gewöhnlich weit mehr, als die einzelnen Thatsachen, die zu ihrer Construction gedient haben, und man hat sie nur analytisch zu bearbeiten, um zu neuen, oft unerwarteten Ergebnissen zu gelangen. Weit mehr noch zeigt sich diese Fruchtbarkeit an neuen Wahrheiten bei der Entwicklung eines obersten, auf sicherer Grundlage stehenden Princips. Die grossen Mathematiker des vorigen Jahrhunderts, Maclaurin, d'Alembert, die Bernoulli, Euler, haben ihren Scharfsinn und die reichen Hülfsmittel des Infinitesimalcalculs vorzugsweise auf die Deduction der im Gravitationsprincip enthaltenen Lehrsätze über die Bewegung und Gestalt der Weltkörper, über Ebbe und Fluth und das Gleichgewicht der Meere, über den Druck der Atmosphäre u. s. w. verwendet; ein nicht geringer Theil der schwierigsten mathematischen und mechanischen Entwicklungen ist durch das Bedürfniss ihrer Anwendung auf diese Untersuchungen hervor-

gerufen worden, und die *Mécanique céleste* von Laplace, welche sie zusammengefasst und in reichem Maasse vermehrt hat, ist das schönste Vorbild einer deductiven physikalischen Theorie geworden, so wie die *Principia phil. nat.* von Newton, durch feste Begründung des Princips, als noch nicht erreichtes Vorbild inductiver Wissenschaft bewundert werden. — Derselbe Gang wiederholt sich in unserer Zeit bei der Feststellung und Analyse des Undulationsprincips. Auch in diesem Fall hat die Schwierigkeit der sich darbietenden Probleme eine bedeutende Erweiterung der Mathematik und Mechanik, besonders durch Cauchy[1]), zur Folge gehabt, und von der fortschreitenden Ausbildung dieser zwei Grundlagen ist zum Theil die weitere Entwicklung der Optik und aller von demselben Princip ausgehenden Wissenschaften abhängig.

[1]) Cauchy, Augustin Louis (1780-1857). Bekannt als ausgezeichneter Mathematiker durch sein *Mém. sur la théorie des ondes*, 1815. Professor an der Ecole Polytechnique. Nach der Julirevolution in Prag, als Lehrer des Duc de Bordeaux. Später nach Frankreich zurück. Zu seinen wichtigeren Arbeiten gehören *Leçons sur les applications du calcul infinitésimal à la géometrie*, 1826-28; *Mém. sur la dispersion de la lumière*, 1836; *Exercices d'analyse et de physique mathématique*, 1839.

13. Geschichte der inductiven Naturwissenschaft.

Die Strasse, die allein in der Naturforschung zum Ziele führen kann, ist auch im Alterthum nie ganz verlassen gewesen, obgleich die Meisten, die jenem Ziele nachstrebten, es vorzogen, andere Wege zu versuchen, die sich in unfruchtbaren, endlosen Wüsten verloren. — Die Jonische Schule, die vorzugsweise eine Erklärung der Natur suchte, bemühte sich, wenigstens in der Astronomie, eine feste Grundlage, durch Beobachtung und Messung mittelst des *Gnomon's*, zu gewinnen. Wahrscheinlich folgte sie hierin nur dem Vorgange älterer

Schulen oder Priesterschaften in Asien. — Auch Demokrit, dessen grosse Kenntnisse über natürliche Dinge bis in späte Zeit gepriesen wurden, der ferner die Grundlagen, auf denen unsere neuere Wissenschaft beruht, Empirie und Mathematik, nebst einer atomistischen Vorstellung der Materie, auch als die Grundlage seiner Philosophie betrachtete, wird kaum jeder eigenen Beobachtung, jedem Versuch, auf jenen Grundlagen fortzubauen, fern geblieben sein. Zu grösserem Ansehn gelangten jedoch zur Zeit der höchsten Blüthe der griechischen Welt, die spiritualistischen Schulen in Italien und Athen, welche die Wahrheit durch abstractes Denken und scharfsinnige Zergliederungen von Begriffen zu ergründen suchten, hiedurch aber von dem näheren Verkehr mit der Natur abgezogen wurden.

Plato stützte sich auf den Grundsatz, dass nicht von den stets wechselnden und sich verändernden wirklichen Dingen unsere Erkenntniss ausgehn müsse, sondern von dem, was in der äusseren Erscheinung das Bleibende und Wesentliche ist, von den Idee'n, oder allgemeinen Vorstellungen, welche der Verstand mit der sinnlichen Wahrnehmung verbindet. Die Erkenntniss müsse von den allgemeinen Idee'n zu den besonderen Erscheinungen der Wirklichkeit fortschreiten, das reine Erkennen der höchsten Idee'n sei die erste und wichtigste Aufgabe des Philosophen. — Aristoteles dagegen behauptete zwar, dass alle unsere Vorstellungen von sinnlichen Eindrücken ausgehn, von der Erfahrung müsse man durch Induction zu den Principien aufsteigen, er liess es auch nicht fehlen an reichen Sammlungen von Thatsachen aus allen Gebieten der Natur; allein den langsamen Weg einer Schritt für Schritt aufsteigenden Induction wollte er nicht gehn, die Thatsachen blieben ihm ein todtes Capital, er übersprang alle Mittelglieder und glaubte die Principien durch spitzfindige Worterklärungen und logische Constructionen, die er mit den Thatsachen auf gezwungene, oft einem Wortspiele ähnliche Weise in Verbindung brachte, ersetzen

zu können. — Diesen grossen Meistern folgten die späteren Griechen und die Römer. Die Astronomie allein unter den Naturwissenschaften machte in Alexandrien auf dem Wege der Beobachtung und inductiven Auffindung allgemeiner Gesetze wirkliche Fortschritte. Hipparch gründete auf ältere und eigene Beobachtungen die Theorie der excentrischen oder epicyklischen Bahnen der Sonne und des Mondes, nach welcher er, auf deductivem Wege, Tafeln zur Bestimmung später eintreffender Orte dieser Gestirne berechnete. Ptolemæus[1]) konnte später, gestützt auf die Beobachtungen von Hipparch und seiner Nachfolger, dieselbe Theorie auf die Planeten ausdehnen und zugleich an den Mondstafeln wesentliche Verbesserungen anbringen. — Die Physik aber blieb so gut als stationär, befangen in den logischen Kreisen der Philosophen. Man nahm als a priori bewiesen an, dass die Geschwindigkeit fallender Körper ihrem Gewichte proportional sei, dass das Wasser durch Ansaugen in Röhren aufsteige, die Luft in sich öffnende Blasbälge eindringe, weil nach Aristoteles die Natur keinen leeren Raum dulde, *natura abhorret vacuum*, dass das Sehen durch Strahlen vermittelt werde, die, wie Fühler, von dem Auge aus nach den Objecten gehn, und Anderes, ohne dass man es versuchte, durch das Experiment die Richtigkeit dieser Erklärungen zu prüfen, oder die von Generation zu Generation überlieferten Erfahrungen durch neue zu vermehren und zu erläutern. Die gelehrte Thätigkeit im Gebiete der Physik beschränkte sich fast ausschliesslich auf Erläuterung und Commentation der alten Schriftsteller.

Es musste im Mittelalter, unter Arabern und Christen, diese Vorliebe zu einer commentatorischen Behandlung der Wissenschaft noch gesteigert werden. Beiden war die Erklärung ihrer heiligen Bücher die Hauptaufgabe der Schulen, und die erworbene exegetische Fertigkeit, die Gewohnheit allen Scharfsinn auf das Verständniss von Schriftwerken, nicht auf das der Dinge selbst, zu verwenden, wurde auf alle Zweige des Wissens übergetragen.

Der von Aegypten und Arabien aus verbreitete Mysticismus pflanzte die Vorliebe zu dunkeln Vorstellungen und übernatürlichen Einwirkungen, das herrschende Dogma bedrohte jede freiere Forschung; alles Wissen, wenn es nicht mit der schwarzen Kunst im Bunde war, beugte sich im Dienste der Theologie. Die Philosophie von Aristoteles, von den christlichen Doctoren zur Unterstützung ihrer Dogmatik zubereitet, wurde zur Schulphilosophie oder *Scholastik*, und mit ihr verband sich die unendliche Zergliederung abstracter Begriffe, der hohe Werth, den man auf subtile Definitionen und syllogistische Formen setzte. Unter dem Schutze der Orthodoxie glaubte man, aus metaphysischen Principien, mit Hülfe einer ausgebildeten Dialektik, Alles erklären, das Befragen der Natur entbehren zu können. Naturstudien boten ohnehin, neben den laut verhandelten metaphysischen Schulstreitigkeiten, nur in sofern Reiz dar, als sie der Alchemie oder Magie dienstbar zu sein versprachen. Versuche, wie Roger Baco sie unternahm, durch Schrift und Beispiel, von dem erfolglosen Wortgezänk abzumahnen und, statt dessen, mathematische Studien und das Experiment zu Ansehn zu bringen, blieben vereinzelt und ohne Nachwirkung. Als dann in Italien, durch griechische Lehrer, eine Anzahl ausgezeichneter Männer für Plato begeistert wurden, und in ihren Kreisen die dürre Scholastik sich vor seiner idealen Philosophie zurückzog, fielen zwar zum Theil die Bande, welche so lange den menschlichen Geist gefesselt hatten; ein freieres Urtheil, ein edlerer Geschmack machten sich geltend; für inductive Wissenschaft konnte aber das noch stärkere Hervorheben der Idee'n, im Gegensatz der Erfahrung, nicht förderlich sein, und nur zu bald finden wir im Gefolge dieser neuen platonischen Schule Mysticismus und leere Träumereien. Auch gab das neu erweckte Studium der classischen Autoren, das Bedürfniss einer Kritik der Texte, des näheren Eingehn's auf ihre Erklärung, das Streben nach dem Ruf eines classisch gebildeten Mannes, der commentatorischen Be-

handlung und Büchergelehrsamkeit neue Nahrung, und auch die besten naturwissenschaftlichen Werke dieser Zeiten enthalten weit mehr Citate als Thatsachen.

Von mehreren Seiten kündigten sich jedoch bessere Zustände an. Deutschland zeichnete sich aus in der beobachtenden und rechnenden Astronomie; Peurbach[2]) in Wien, Regiomontanus, Werner und Walther[3]) in Nürnberg bereiteten vor auf die kühne Hypothese von Copernicus; mit gleicher Ausdauer wurden diese Arbeiten fortgesetzt von dem Landgrafen von Hessen[7]) und seinen Gehülfen Rothmann[8]) und Justus Byrg[9]); auch Tycho können wir diesen verdienstvollen Männern beizählen, die, unbekümmert um das Gezänk der Schulen, der inductiven Wissenschaft eine feste Grundlage zu erwerben suchten. Einen würdigen Schluss dieser durch zwei Jahrhunderte sich fortsetzenden Reihe deutscher Astronomen bildet Kepler, dessen Werke, besser als alle Vorschriften, den Weg lehren, wie man von den Thatsachen zu allgemeinen Gesetzen aufsteigen kann. Aber auch die Reformatoren, Luther, Melanchthon und die ihnen nahe stehenden, den classischen Studien lebenden Männer, wie Erasmus, Reuchlin, Ulrich von Hutten, eiferten mit Wort und Schrift gegen die herrschende mönchische Scholastik und drangen auf gänzliche Umgestaltung der Schulen. „Hier wäre nun mein Rath, schrieb Luther an den christlichen Adel deutscher Nation, dass die Bücher Aristotelis: *Physicorum* etc., welches bisher die besten gehalten, ganz würden abgethan mit allen anderen, die von natürlichen Dingen sich rühmen, so doch nichts darinnen mag gelehret werden, weder von natürlichen noch geistlichen Dingen; dazu seine Meinung niemand bisher verstanden, und mit unnützer Arbeit, Studiren und Kost so viel edler Zeit und Seelen umsonst beladen gewesen sind." — In Italien trat Leonardo da Vinci schon frühe mit Wort und That für eine bessere Art, die Natur zu erforschen, auf: „in dem Studium der Wissenschaften, die sich auf Mathematik

stützen, sagt er, sind Diejenigen, welche nicht die Natur, sondern Bücher befragen, nicht Kinder der Natur, sondern nur Grosskinder derselben, sie ist der wahre Lehrer. Aber, seht den Unverstand der Menschen! sie verhöhnen den, der es vorzieht, von der Natur selbst zu lernen, eher als von den Autoren, die nur ihre Schreiber sind." Auch von philosophischer Seite wurde die Physik des Aristoteles und die scholastische Methode der Naturerklärung angegriffen, so von Telesius[4]): „alle, sagt er, die bis dahin die Ordnung der Welt und die in ihr enthaltenen Dinge zu begreifen suchten, scheinen viele Arbeit und verlängerte Nachtwachen darauf verwendet, die Natur selbst aber niemals angeschaut zu haben." In gleichem Sinn sprach auch sein vorzüglichster Schüler, Campanella[10]), sich aus, der mit Recht es tadelte, statt von den wirklichen Dingen, von Definitionen auszugehn, die zwar im Unterricht an die Spitze zu stellen seien, in der Forschung aber den Schluss bilden müssten. Mit schlagenden Argumenten und treffendem Witz verstand es aber besonders Galilei, das flache Geschwätz der Gegner in seiner Haltlosigkeit zu zeigen, während zugleich seine rasch auf einander folgenden grossen Entdeckungen in der Mechanik, Optik und Astronomie die Fruchtbarkeit des Experiments, im Gegensatz der dürren Phraseologie der Schule, in's hellste Licht stellten. Er nannte Papierphilosophen diejenigen, welche nach den Vorschriften von Aristoteles Physik trieben, welche wähnten, „die Natur lasse sich studiren wie die Aeneis oder die Odyssee, ihre Gesetze seien durch das Vergleichen von Texten zu entdecken." — In Frankreich konnte Ramus[5]) das Ansehn sogar der Logik des Aristoteles, die Grundlage der ganz in dialektischen Argumentationen sich bewegenden Scholastik, erschüttern. — In England fand Gilbert, nach inductivem, auf das Experiment gestütztem Verfahren, die wichtigsten Gesetze des Magnetismus und den Anfang einer Elektricitätslehre, die auch von ihm zuerst ihren vom Bernstein hergeleiteten Namen erhielt.

Es blieb zu wünschen, dass die inductive Methodik im Gegensatz zu dem Organon von Aristoteles und der Scholastik, systematisch begründet, nach allen Seiten entwickelt und zu einem Kanon für alle empirische Wissenschaft ausgebildet werde. Diess Verdienst erwarb sich Franz Baco von Verulam, der schon in frühem Alter diese Reform der Studien sich zu einer Lebensaufgabe gesetzt hatte. Von seiner *Instauratio magna* enthält der 1. Theil *De dignitate et augmentis scientiarum* eine Encyklopädie, worin das Fehlerhafte der bisherigen Wissenschaft und das Bedürfniss einer gründlich veränderten Methodik nachgewiesen wird, der 2. Theil, das *Novum Organum*, zeigt den Weg, den man zu gehen habe, um bessere Erfolge zu erhalten. Nicht dass Baco die Empirie zur Grundlage der Naturwissenschaft macht, was ja auch Aristoteles gethan hat, giebt seiner Instauratio einen so hohen Werth, sondern dass er darauf dringt, vor jedem Forschen nach Wahrheit, sich frei zu machen von den Vorurtheilen, *Idola*, die uns durch Tradition, religiöse Dogmen, philosophische Systeme oder von anderer Seite her anhängen, dass er dann zeigt, wie der bisher verfolgte Weg eines vorschnellen Haschen's nach abstracten Principien auf der Grundlage einer oberflächlichen Wahrnehmung, einer *anticipatio naturæ*, seit ältester Zeit erfolgslos geblieben ist und nun näher entwickelt, wie man Schritt für Schritt von der Beobachtung und dem Experiment, vorsichtig und prüfend, zu Naturgesetzen, von beschränkteren zu allgemeineren, von diesen zu den Principien, *Axiomata*, aufsteigen müsse. „*Duæ viæ sunt, atque esse possunt, ad inquirendam et inveniendam veritatem. Altera a sensu et particularibus advolat ad axiomata maxime generalia, atque ex iis principiis eorumque immota veritate judicat et invenit axiomata media: atque hæc via in usu est. Altera a sensu et particularibus excitat axiomata, ascendendo continenter et gradatim, ut ultimo loco per-*

veniatur ad maxime generalia; quæ via vera est, sed intentata. — — Utraque via orditur a sensu et particularibus, et acquiescit in maxime generalibus: sed immensum quiddam discrepant; cum altera perstringat tantum experientiam et particularia cursim; altera in iis rite et ordine versetur; altera rursus jam a principio constituat generalia quædam abstracta et inutilia; altera gradatim exurgat ad ea quæ revera naturæ sunt notiora. — — Itaque hominum intellectui non plumæ addendæ, sed plumbum potius et pondera, ut cohibeant omnem saltum et volatum." — In einem folgenden Theile der Instauratio, der nicht zur Ausführung kam, wollte Baco auch die speculativen und idealen Theile des Wissens behandeln; seine inductive Methode sollte auf alle Wissenschaften angewandt werden. Es ist jedoch nicht zu verkennen, dass die Opposition gegen den bisher zu speculativen Charakter der Schulgelehrsamkeit ihn verleitet hat, diejenigen Wissenschaften, die sich auf eine speculative Grundlage stützen und, wie die Mathematik, nicht durch Induction fortschreiten, mit wenig Vorliebe zu behandeln, dass er auch die hohe Wichtigkeit der Mathematik für die Naturlehre nicht scheint erkannt zu haben. Noch weniger darf man sich wundern, wenn Baco, dem der Idealismus des Plato als Phantasterei vorkam, alle Wissenschaft nur im Dienste der Nützlichkeit zu schätzen wusste. Nach ihm soll die Wissenschaft dienen zur Erfindung von Hülfsmitteln, die Herrschaft und das Wohlsein des Menschen zu vermehren, sie soll praktisch, *Wissen soll Macht sein*. Er vergleicht die idealistischen und speculativen Philosophen den Spinnen, die von einem Punkte aus Netze ausbreiten von wunderbarer Zartheit und kunstvollem Bau, aber was den Nutzen betrifft, nichtig und leer. Diese nüchterne Beurtheilung aller höheren Genialität verleitete auch Baco, sich von seiner Methodik das Unmögliche zu versprechen. Sie sollte zur Förderung der Wissenschaft Alles thun, der geistvolleren

Anlage war nichts vorbehalten, der gewöhnliche Kopf, wenn er nur strenge sich an die Regeln des Neuen Organons hielt, sollte so Vieles leisten, als ein Kepler und Galilei.

Die hohe Stellung, in welcher Baco sich befand, die Klarheit und das Praktische seiner Lehren erwarben ihnen grossen Beifall, ihre Aufnahme begünstigte auch der auf diese Reform vorbereitete Geist der Zeit. Andere ausgezeichnete Männer in England sprachen sich in gleichem Sinne aus, so Harvey[11]), der Entdecker des Kreislaufs des Blutes, Oldenburg[17]), der erste Secretär der Royal Society, Hooke[18]), der eine Umarbeitung des Novum Organum's herausgab. — Descartes in Frankreich traf zwar mit Baco in der Opposition gegen die Scholastik zusammen; er wollte aber diese durch ein neues spiritualistisches System stürzen: nur das eigene Denken, nicht die Empirie, solle die Erkenntnissquelle sein. An mathematischen und physikalischen Kenntnissen war er jedoch Baco bedeutend überlegen, und die enge Verbindung, in die er beide brachte, hat, nach der Verdrängung der scholastischen Lehrart und unter dem Einfluss seiner Autorität, auf dem Continent wohl eben so viel, als die Vorschriften des Organum's, zur Bildung einer neuen Generation tüchtig experimentirender Physiker beigetragen. — Bereits auch fehlten diese in keinem der Culturländer Europa's. In Frankreich finden wir Mersenne, Pascal, Mariotte beschäftigt mit Versuchen über das Barometer und die Luftelasticität; in Deutschland erfindet Otto von Guerike[12]) die Luftpumpe und die Elektrisirmaschine, in den Niederlanden Huyghens die Pendeluhr; in Italien folgten die Schüler Galilei's der von ihm eröffneten Bahn. Die Bestrebungen der oft vereinzelt stehenden Physiker wurden unterstützt durch die um diese Zeit gestifteten Akademie'n[15]), welche grossartige Arbeiten, wie die Messung von Meridiangraden, Reisen nach entfernten Gegenden, kostbare Experimente, anordneten und in ihren Memoiren Untersuchungen und Resultate bekannt machten, die ohne sie für die

Wissenschaft verloren gewesen wären. Fast gleichzeitig wurden, zu fester Begründung der beobachtenden Astronomie, die grossen Sternwarten bei Paris und Greenwich errichtet.

Ein bis dahin und auch nachher unerreichtes Vorbild inductiver Naturforschung gab Newton in seinen Principien und in der Optik. Die Principien entwickeln in den zwei ersten Büchern die Reine Mechanik, als die Grundlage jeder mechanischen Naturerklärung, das 3. Buch allein ist inductive und deductive Naturlehre. Schon Halley[20]) hatte (1684) aus dem von Kepler aus Tycho's Beobachtungen abgeleiteten 3. Gesetz gefunden, dass die Schwungkraft der Planeten sich umgekehrt verhalte, wie die Quadrate ihrer Entfernungen von der Sonne; er hatte ferner die Bewegung des Mondes genauer bestimmt. Aus den Beobachtungen von Cassini[16]) hatte sich ergeben, dass die Satelliten des Jupiter und Saturn sich um ihre Hauptplaneten nach denselben Gesetzen bewegen, wie die Planeten um die Sonne. Aus diesen Thatsachen schloss Newton mit Hülfe der Sätze seiner reinen Mechanik, dass die Planeten von der Sonne angezogen werden, im umgekehrten Verhältniss des Quadrats ihrer Entfernung, dass nach demselben Gesetz die Erde den Mond, Jupiter und Saturn ihre Satelliten anziehn, dass die Ungleichheiten in den planetarischen Bewegungen aus der gegenseitigen Anziehung der Planeten unter sich hervorgehn, und als erste Ursache dieser einzelnen Anziehungen, so wie auch der Schwere an der Erdoberfläche, erkannte er eine allgemeine Anziehung aller Materie auf andere Materie. Auf deductivem Wege erklärte er dann aus diesem Princip die von Richer[14]) und Halley beobachtete Verminderung der Schwere nach dem Aequator zu, die Abplattung der Erde und die Ebbe und Fluth. — Denselben Weg geht er in der Optik; aber die Thatsachen, auf die er sich stützt, hat er hier zum Theil selbst gefunden, das Experiment und die Theorie schreiten mit einander vorwärts, bald ruft das Experiment der Theorie, bald diese jenem, und in der

engen Verflechtung beider beweist Newton vielleicht noch mehr Scharfsinn, die inductive Methode tritt noch mehr hervor, als selbst in den Principien.

Es dauerte indess lange, bis das von Newton gesetzte Vorbild auch in den Schulen Anerkennung fand. Die Physik von Aristoteles war auf den meisten Hochschulen verdrängt worden durch diejenige von Cartesius. Die Physik von Rohault[13]), *Traité de physique*, 1673, blieb selbst in Cambridge noch bis 1715 das anerkannte Lehrbuch. Die vier Punkte, die Rohault, als die Fortschritte der Physik hindernd, anführt, die Ueberschätzung der Alten, namentlich des Aristoteles, die metaphysische Behandlung, die Vernachlässigung der Experimente und der Mathematik, sind zwar von Baco entnommen, er sucht aber doch seine Lehre mit der Aristotelischen zu vereinigen, indem er alle Principien derselben aufnimmt, und den leeren Raum wie auch die Atome verwirft; sonst hält er sich an Cartesius. Ein 1. Theil behandelt die allgemeinen Eigenschaften der Materie und die Optik, ein 2. das Weltsystem und die Schwere, ein 3. die verschiedenen Stoffe und die Materie, ein 4. die Physiologie. — Der erste Physiker, welcher die Physik im Geiste Newton's, mit Experimenten, vortrug, war Keill[21]) in Oxford, im Jahr 1704 oder 1705; ihm folgte Desaguliers[23]), und als dieser, 1713, nach London ging, fand er daselbst die Newton'sche Philosophie allgemein anerkannt. Auf dem Continent wurde die neue, experimentelle Lehrmethode der Physik und mit ihr der Newton'sche, auf Versuche und Mathematik gegründete Weg der Forschung vorzüglich verbreitet durch S'Gravesande[24]), der die Physik auf der damals viel besuchten Hochschule zu Leyden vortrug. Noch höheres Verdienst, als Lehrer und ausgezeichneter Physiker, erwarb sich sein Mitarbeiter und Nachfolger Musschenbroeck[25]). In gleichem Sinn wirkten in Altorf Sturm[19]), in Halle Wolf[22]), in Paris, und einige Zeit in Turin, Nollet[26]). Unübertroffen in der Behandlung des Stoffs

nach strenger inductiver Methode und bildendes Ineinandergreifen des Experiments und der Theorie ist Biot[27]), *Traité de physique experimentale et mathématique*, 4V. 1816.

Obgleich im Anfang dieses Jahrhunderts die Physik in Deutschland, durch die naturphilosophische Schule von Schelling, von einem Rückfall in die wortreiche aber inhaltleere, mit Analogie'n spielende Physik des Aristoteles und der Scholastik bedroht war, während jetzt von anderer Seite eher die Rückkehr zu der Atomistik von Democrit und der englisch-französischen materialistischen Schule versucht wird, hofft doch gegenwärtig kaum ein besonnener Naturforscher, von diesen speculativen Grundlagen ausgehend, die Wissenschaft wesentlich fördern zu können. Die speculative Philosophie selbst beschränkt sich, in Bezug auf die Naturwissenschaft, auf die verdienstvolle Aufgabe, uns über das Ziel, dem wir nachzustreben haben und über den besten dahin führenden Weg aufzuklären, die Schranken zu bestimmen, die unserem Wissen gesetzt sind, und den Naturforscher in diese Schranken zurückzuweisen, wenn er es versuchen sollte, sie zu überschreiten und in ein ihm fremdes Gebiet einzubrechen.

Immer von neuem zeigt sich indess das Bestreben, den langen und mühsamen Gang der Induction und die Aufforderung zu geistiger, erfinderischer Anstrengung zu umgehn, die Wissenschaft gleichsam zu mechanisiren. Die glänzende analytische Darstellung, welche durch Euler, Lagrange, Laplace die schwierigsten Probleme gefunden hatten, verleitete zu dem Glauben, dass die Analysis das Eingehen auf die Sache selbst uns ersparen könne, dass die Discussion allgemeiner Gleichungen und ihre Anwendung auf einzelne Fälle vorzugsweise zur Entdeckung neuer Wahrheiten und zur Förderung der Wissenschaft führe. Aus dem Bestreben, schnell zu allgemeinen analytischen Ausdrücken zu gelangen, sind grossentheils die neueren Hypothesen über die atomistische Beschaffenheit der Materie hervor-

gegangen. Es war eine ähnliche Täuschung, wie die, welcher sich Baco über sein Neues Organum, Schelling über seine Naturphilosophie überlassen hatten; sie war indess weniger gefährlich, weil das Studium der Mathematik mehr als jedes andere unklaren Vorstellungen entgegentritt und zur möglichsten Schärfe der Begriffe auffordert, weil ferner ohnehin Empirie und Mathematik in engster Verbindung stehn müssen, wenn die Induction ihr Ziel erreichen soll.

[1]) Ptolemæus, Claudius (geb. ungef. 150 p. C.) aus Pelusium, aber meist in Alexandrien. Berühmter Astronom, dessen Schriften wir beinah unsere ganze Kenntniss der älteren griechischen Astronomie verdanken. Bekannt durch sein Planetensystem und seine Verdienste um die Geographie. Seine Hauptwerke: *Geographiæ* l. VIII, und die Astronomie *Megalæ Syntaxis*, oder *Almagest*.

[2]) Peurbach, Georg von, auch Purbach (1423-1461), aus Peurbach in Oesterreich. Studirt, besonders Astronomie, in Wien und Italien; hier durch den Cardinal Cusa (Nicolaus de Cusa) aus Trier, der vor Copernicus von der Bewegung der Erde gesprochen hatte, ausgezeichnet. Nach seiner Rückkehr Professor der Astronomie in Wien. Verfasser einer Erklärung des Almagest's und anderer astronomischen und mathematischen Schriften.

[3]) Walther, Bernhard (1430-1504), aus Nürnberg. Verwendet seinen Reichthum zur Beförderung der Astronomie, worin er selbst mit Eifer thätig war. Unterstützt Regiomontanus mit Instrumenten; errichtet eine Druckerei zur Herausgabe astronomischer Werke.

[4]) Telesius, Bernardinus (1509-1588), aus Cosenza in Calabrien. Studirt in Mailand, dann in Padua, aristotelische Philosophie, Mathematik und Optik; überzeugt sich von der Haltlosigkeit der ersteren; hält sich in Rom auf, wo er aufgemuntert wird, seinen Gedanken Folge zu geben; dann in Cosenza. In späterem Alter lässt er sein Buch *De rerum naturæ* erscheinen, das jedoch an die Stelle der aristotelischen Physik eine eben so unbegründete setzen will.

[5]) Ramus, Petrus (1515-1572), aus der Picardie. Geht als Bedienter nach Paris und widmet die Nächte den Studien. Tritt 1540 als Lehrer der Philosophie an der Universität auf, greift Aristoteles an und wendet sich zu Plato. Seine Schriften

verboten, der Verfasser als *homo temerarius*, *arrogans et impudens* erklärt und von seiner Stelle entsetzt. Nachdem er diese wieder erhalten, zwingen ihn die bürgerlichen Unruhen aus Paris zu fliehn. Zurückgekehrt, wird er in der Bartholomäusnacht ermordet.

[6]) Gilbert, William (stirbt 1603), aus Glocester. Leibarzt bei der Königin Elisabeth und in hoher Gunst. Besass grosse Kenntnisse in der Chemie, Cosmographie u. a. Naturwissenschaften. Sein wichtigstes Werk: *De magnete, magneticisque corporibus et de magno magnete, tellure, physiologia nova*, 1600.

[7]) Landgraf Wilhelm IV. von Hessen-Cassel (1532-1592), Sohn Philipps des Grossmüthigen. Baut in Cassel eine Sternwarte, auf der er mit seinen Gehülfen Rothmann und Justus Byrg bis an seinen Tod beobachtet. Man verdankt ihm ein Fixsternverzeichniss, das in der *Historia cœlestis* erschienen ist.

[8]) Rothmann, Christoph, trat 1577 in den Dienst des Landgrafen, verliess ihn aber 1590, um nach Uranienburg zu Tycho-Brahe zu ziehen. Eifriger Anhänger des Systems von Copernicus.

[9]) Byrg, Justus, genauer Joost Bürgi (1552-1632). Geb. zu Lichtensteig in der Schweiz, tritt 1579, als Hofuhrmacher in Dienste des Landgrafen. Construirt ausgezeichnete Uhrwerke und Maschinen, ein Planetarium nach dem Ptolemäischen System. Erfindet den Proportionalcirkel, nach anderem Princip, als der von Galilei. Erfindet auch die Logarithmen; seine Tafeln erscheinen 1620 in Prag, 6 Jahre nach denen von Neper. Kepler, mit dem er sich in Prag befreundet hatte, klagt über seine zu grosse Bescheidenheit.

[10]) Campanella, Thomas (1568-1639). Geb. zu Stilo in Calabrien. Studirt in Cosenza und schliesst sich Telesius an, den er, 22 Jahr alt, gegen Angriffe eines scholastischen Gegners, in der Schrift *Philosophia sensibus demonstrata* vertheidigt. Von der Inquisition verfolgt, als Magiker angeklagt, in eine politische Verschwörung gegen die Spanier verwickelt, gefoltert, 27 Jahre im Gefängniss; nach erhaltener Freiheit in Paris, wo er stirbt.

[11]) Harvey, William (1578-1658). Aus Folkstone, studirt in Cambridge, dann in Padua unter Fabricius. Leibarzt von Jacob I und Karl I, Lehrer der Anatomie am medicinischen Collegium in London. Seine Entdeckung des Kreislaufs des

Blutes zuerst in *Exercit. anatom. de motu cordis et sanguinis*, 1628. Vertheidigt auch, dass alle Thiere aus Eiern entstehn, als Gegner der Generatio æquivoca.

[12]) Otto von Guerike (1602-1686). Aus Magdeburg, wo er später Bürgermeister war. Studirt in Leipzig und Leyden und bereist Frankreich und England. Starb, nach Niederlegung seiner Aemter, bei seinem Sohne in Hamburg. Die ersten öffentlichen Versuche mit der Luftpumpe machte er vor dem Reichstage, 1654, zu Regensburg. Auch viel mit Astronomie beschäftigt. Die wichtigsten seiner Experimente gesammelt in *Experimenta nova, ut vocant, Magdeburgica*, 1672.

[13]) Rohault, Jacques (1620-1675). Aus Amiens, Sohn eines Kaufmanns. Eifriger Anhänger von Descartes. Seine Vorlesungen über Physik in Paris mit grossem Beifall aufgenommen und zuerst allgemeines Interesse für diese Wissenschaft erregend. Sein Lehrbuch zuerst 1671 in 4°, später in vielen Auflagen und Uebersetzungen. Die lateinische Ausgabe von Dr. Samuel Clarke, 1718, mit Anmerkungen über die Newton'sche Philosophie, trug viel zur Einführung der letzteren auf den Hochschulen bei. Angefeindet wegen seiner Cartesianischen Ansichten und zum Widerruf gezwungen, starb Rohault aus Gram.

[14]) Richer (gest. 1696). Akademiker in Paris. Im Jahr 1671 nach Cayenne gesandt, um Fragen über die Sonne, die Parallaxe des Mars, die Refraction u. a. astronomische Gegenstände zu lösen. Muss in Cayenne das Pendel seiner Uhr verkürzen, damit es richtige Secunden schlage, was Huyghens aus dem Einfluss der nach dem Aequator zu wachsenden Schwungkraft erklärt. Kehrt 1673 nach Paris zurück.

[15]) Akademie'n. Vereine von Gelehrten oder Künstlern zur Förderung der Wissenschaft oder Kunst, ohne Lehrpflicht. Meist entstanden durch freiwilliges Zusammentreten befreundeter Männer, später vom Staat anerkannt, beschützt und mit Geldmitteln versehn. Die ältesten in Neapel, Florenz und Rom, oft unter wunderlichen, allegorischen Namen, *Acad. dei Accesi, dei Gelati, dei Ardenti, della Crusca* u. s. w. Vorzüglich verdient um Mathematik und Physik machten sich, mit Uebergehung der neueren: die Acad. del Cimento in Florenz, gestiftet 1657 von Grossherzog Leopold Medici; die Royal Society in London, 1645 als Privatgesellschaft entstanden in Oxford durch J. Wilkins, dann in Gresham-College in London, 1660 durch Karl II. zur königlichen Anstalt erhoben; die Academie des sciences in Paris, 1666 durch Colbert gestiftet; die Academia Leopol-

dina naturæ curiosorum, 1670 gestiftet durch J. B. Bausch, Arzt zu Schweinfurt, 1677 vom Kaiser Leopold I. anerkannt; das Institutum scientiarum et artium Bononiæ, 1690 durch Manfredi gestiftet, später, 1705, durch Graf Marsigli erweitert; die Akademie der Wissenschaften in Berlin, 1700 gestiftet nach dem Plane von Leibnitz; die Akademie von Upsala, 1710 gestiftet, 1728 privilegirt; die Akademie von Stockholm, 1739 gestiftet, 1741 privilegirt; die Akademie von St. Petersburg, gestiftet 1724 durch die Kaiserin Katharina I.

[16]) Cassini, Dominic (1625-1712). Geb. bei Nizza; macht seine Studien zuerst in Genua bei den Jesuiten, dann in Bologna, hier Professor der Astronomie (1650). Nach Paris berufen als Director der neuen Sternwarte. Vorzüglicher Beobachter; findet die Rotation der Venus, des Jupiter, seiner Satelliten und derjenigen Saturns. Schwach in der Theorie, Anhänger des Systems von Ptolemæus und der Philosophie von Cartesius.

Cassini, Jacques (1677-1756). Sohn und Nachfolger d. v. an der Pariser Sternwarte. Setzt mit seinem Vater die Gradmessung durch Frankreich fort. Ausgezeichneter Beobachter. Bestreitet die von Römer entdeckte Geschwindigkeit des Lichts, auch die Abplattung der Erde, und sträubt sich gegen das Copernicanische System. Scheint Newton's Arbeiten beinah fremd geblieben zu sein.

Cassini, Cäsar François, de Thury (von seinem Landgute her) (1714-1784), Sohn d. v. Führt die grosse trigonometrische Vermessung von Frankreich aus und beaufsichtigt die topographische Aufnahme des Landes.

Cassini, Jean Dominic (geb. 1748), Sohn d. v. Arbeitet mit Méchain und Legendre an der astronomischen Verbindung von Paris und London. Legt (1789) der Nationalversammlung 124 Blätter der Karte von Frankreich vor. Verliert die Direction der Sternwarte und sitzt sieben Monate im Gefängniss. Nach seiner Entlassung sich von der Astronomie zurückziehend.

[17]) Oldenburg, Heinrich (1626-1678). Aus Bremen. Resident seiner Vaterstadt in London, unter Cromwell. Später Hofmeister in englischen Familien. Mit seinem Zögling O'Brian in Oxford; wird da bekannt mit Wilkins und Mitstifter der Royal Society; erster Secretär derselben und Herausgeber der *Transactions*.

[18]) Hooke, Robert (1635-1702). Aus der Insel Wight, Sohn eines Pfarrers. Studirt in Oxford. Assistent bei den

chemischen Experimenten von Boyle und Wallis, dann Aufseher der Experimente an der Royal Society und Professor der Geometrie. Bestreitet Newton die Priorität seiner Entdeckungen in der Gravitationstheorie. Nachfolger Oldenburg's als Secretär der Royal Society. Sehr verdient durch Verbesserung physikalischer Apparate und scharfsinnige Experimente.

[19]) Sturm, Johann Christoph (1635-1703). Geb. in der Pfalz und während seiner Jugend in dürftigen Verhältnissen. Studirt in Jena Philosophie und Mathematik und tritt daselbst als Docent auf; später in Baiern als Hofmeister und Pfarrer. Erhält (1669) die Professur der Mathematik und Physik in Altorf und erwirbt sich als Lehrer grosses Verdienst.

[20]) Halley, Edmund (1656-1742). Geb. in London von unbemittelten Eltern. Studirt in Oxford Mathematik und Astronomie. Von der Regierung, 1676, nach St. Helena gesandt, um ein Sternverzeichniss des südlichen Himmels aufzunehmen. Sehr verdient um die Theorie der Kometen, die Wiederkehr desjenigen von 1682, der seinen Namen trägt, vorhersagend. Grosse Fortschritte durch ihn in der Kenntniss des Erdmagnetismus, zu dessen Erforschung er grosse Seereisen unternimmt. Enge befreundet mit Newton. Nach dem Tode von Wallis, Professor der Geometrie in Oxford; später, an Flamsteed's Stelle, Director der Sternwarte in Greenwich, wo er sich vorzüglich mit der Theorie des Mondes und dem Gebrauch der Mondstafeln zur Bestimmung der Länge beschäftigt.

[21]) Keill, John (1671-1721). Geb. in Edinburgh. Professor der Astronomie in Oxford und ausgezeichneter Mathematiker. Eifriger Anhänger Newton's und zuerst, in der *Introductio ad veram physicam*, 1705, die Newton'sche Physik als Lehrbuch einführend. Im Streit über die Priorität der Entdeckung des Infinitesimalcalculs, für Newton Partei ergreifend. Auch mit Burnet und Whiston im Streit über die Theorie des Ursprungs der Erde.

[22]) Wolf, Christian (1679-1754). Geb. in Breslau, Sohn eines Handwerkers. Studirt in Jena Theologie, mit mehr Vorliebe aber Mathematik und Philosophie. Hält über beide stark besuchte Vorlesungen in Leipzig, später in Halle. In der Philosophie sich an Leibnitz anschliessend, durch Klarheit und systematische Behandlung sich auszeichnend. Durch die Pietisten angeklagt, wird er von Halle vertrieben und von der Regierung mit schimpflichem Tode bedroht. Findet neue Anstellung in Marburg. Durch Friedrich II. nach Halle zurückberufen, zum

Kanzler der Universität gewählt, vom Kurfürst von Baiern in den Freiherrnstand erhoben.

[23]) Desaguliers, Jean Theoph. (1683-1749). Geb. zu La Rochelle, Sohn eines Predigers. Flieht, noch als Kind, nach der Widerrufung des Edicts von Nantes, nach England. Wird, 19 Jahre alt, Nachfolger von Keill, als Professor in Oxford. Hält auch in London, vor einem grossen gemischten Publicum, Vorträge über Experimentalphysik.

[24]) S'Gravesande, Wilhelm Jacob (1688-1742). Geb. in Herzogenbusch, aus patricischer Familie. Studirt das Recht in Leyden, bald aber mehr der Mathematik und Physik sich zuwendend, vortheilhaft bekannt durch physikalische Aufsätze in dem, sonst mehr poetischen *Journal littéraire*. Als Gesandschaftssecretär in London und Mitglied der Royal Society. Nach seiner Rückkehr Professor der Mathematik und Philosophie in Leyden. Seine *Physices elementa mathem. experimentis confirmata, sive Introd. ad Philos. Newtonianam*, 1719, längere Zeit eines der geschätztesten Lehrbücher.

[25]) Musschenbroek, Peter v. (1692-1761). Geb. in Leyden. Studirt daselbst Medicin, enge befreundet mit S'Gravesande, geht (1719) als Professor der Medicin nach Duisburg, 4 Jahre später, als Professor der Mathematik und Physik, nach Utrecht, 1739 in gleicher Stellung nach Leyden. Ausgezeichnet in der Kunst physikalischer Experimente. Viele seiner Versuchsreihen auch jetzt noch, als Grundlagen physikalischer Theorie'n, von grossem Werth. Seine wichtigsten Werke *Tentamina exper. natural. capt. in Acad. del Cimento*, 1731 — *Physicæ exper. et geom. dissert.* 1756 — *Introd. in philosophiam naturalem*, 1762.

[26]) Nollet, Jean Antoine (1700-1770). Tritt als Abbé in den geistlichen Stand, widmet sich aber vorzüglich der Physik und hält, nach einer Reise nach England und Holland, in Paris Vorlesungen über Experimentalphysik, die sehr grossen Beifall fanden. Eben so in Bordeaux und Turin, wohin man ihn berufen hatte. Er bearbeitete mit besonderer Vorliebe die Elektricitätslehre. Seine *Leçons de physique expérimentale*, 1743, waren im vorigen Jahrhundert ein sehr beliebtes Lehrbuch.

[27]) Biot, Jean Baptiste (geb. 1774 zu Paris). Einer der ersten Schüler der Ecole Polytechnique. Im Jahre 1800 Professor der Physik am Collège de France, 1802 Mitglied des Instituts. Setzt (1806) mit Arago die französische Gradmessung nach den Balearen fort und verbindet sie später mit der

englischen. Sucht die Newton'sche Optik gegen die neuere Undulationstheorie, die von Arago vertheidigt wird, zu halten. Noch in hohem Alter wissenschaftlich thätig. Seine wichtigsten Werke, nächst der grösseren Physik, der Auszug aus derselben, *Précis de physique expérim.* 2V. 1817, und sein *Traité élémentaire d'Astronomie physique*, 3e ed. 5V.

14. Uebersicht der Physik.

Es liegt im Wesen der inductiven Methode, dass die durch sie entstehenden Wissenschaften sich nicht in der streng systematischen, logisch gegliederten Form darstellen, wie speculative, die, wie die Mathematik, nur die Entwicklung oberster Principien enthalten. Die Thatsachen, von welchen die Induction ausgeht, werden durch Classification in verschiedene Gruppen vertheilt; für die einen gelingt es, allgemeinere, allen gemeinschaftliche Gesetze aufzufinden, für andere nicht; bei den einen kann man von den Gesetzen zu Ursachen aufsteigen und von diesen aus deductiv auf neue Thatsachen schliessen, bei anderen steht man noch auf der Stufe der Erkenntniss bestimmter Gesetze. Die Wissenschaft, welche diese Bestrebungen, die erkannten Gesetze und Principien zusammenfasst, erscheint daher als ein Aggregat einzelner, auf sehr verschiedener Stufe der Ausbildung stehender Lehren, von denen nur wenige sich zum Rang einer Theorie, d. h. einer systematisch von einer erklärenden Ursache ausgehenden Wissenschaft erhoben haben.

Bei dem Mangel eines entscheidenden Princips sind auch die Ansichten über den Inhalt der Physik, über die Beantwortung der Frage, welche Naturwissenschaften ihr unterzuordnen seien, sehr abweichend, und oft nur nach Willkür und Convenienz, oder nach einem unklaren Gefühl bestimmt worden. Rohault nahm in seine Physik auch die physische Astronomie, Physikalische Geographie und Physiologie auf, die sich jetzt, als selbständige Wissenschaften, davon abgelöst haben, dagegen war

die Elektricitätslehre, die einen grossen Theil unserer Lehrbücher einnimmt, damals noch nicht vorhanden. Wolf schliesst die Astronomie aus, beschränkt die Physikalische Geographie und Physiologie auf kurze aphoristische Abschnitte und hält sich in der Behandlung seines Stoffes an keine systematische Folge, durch die er sich doch in seinen philosophischen und mathematischen Vorträgen vorzüglich auszeichnete. S'Gravesande giebt der Mechanik den meisten Raum, behandelt dann kurz den Schall, die Wärme und das Licht und schliesst mit physischer Astronomie; auch Magnetismus, den die beiden vorigen Lehrer aufnehmen, bleibt weg. Musschenbroek lässt auf die Mechanik starrer Körper sogleich Elektricitätslehre und Magnetismus folgen, dann Adhäsion und Cohäsion, Hydrostatik und Hydraulik, Wärmelehre und Optik und am Schluss Aerostatik, Akustik und Einzelnes aus der Meteorologie. Nollet zuerst gab der Physik die Gestaltung, die mehr oder weniger auch in den neueren Lehrbüchern beibehalten wird. Nach empirischen Nachweisungen der allgemeinen Eigenschaften, Ausdehnung, Theilbarkeit, Gestaltung, Porosität, Compressibilität, Elasticität, die man aus der älteren speculativen Physik auch in die neueren Lehrbücher aufgenommen hatte, um nicht ganz mit der speculativen Philosophie zu brechen, folgt eine allgemeine Mechanik, dann die Lehre von der Schwere und die Hydrostatik, an welche er eine Maschinenlehre anschliesst, hierauf Aerostatik und Akustik, Wärmelehre, Optik, physische Astronomie, Magnetismus, Elektricität. Einzelne Abschnitte aus der physikalischen Geographie, Chemie, Physiologie sind gelegentlich eingeschoben.

Bei dem stets anwachsenden Stoff wird man immer dringender aufgefordert, die Physik auf ihren wesentlichen Inhalt zu beschränken und Alles auszuscheiden, was anderen, wenn auch nahe verwandten Lehrbegriffen angehört, die sich im Laufe der Zeit selbständig ausgebildet haben. Der Physik im engeren Sinn ist, nach dem aufgestellten Begriff, nur unterzuordnen, was

durch Induction zur Begründung und Entwicklung erklärender Principien der unorganischen Dinge und Erscheinungen erkannt worden ist. Ausgeschlossen bleibt also die allgemeine Mechanik, die nicht eine inductive, sondern, wie die Mathematik, eine auf die Physik vorbereitende speculative Wissenschaft ist und mit gleichem Recht wie jene in höheren Unterrichtsanstalten, als selbständige Doctrin, einen besonderen Lehrcurs in Anspruch nimmt. Ein nicht kleiner Theil des höheren mathematischen Unterrichts hat ohnehin nur als Vorbereitung auf Mechanik Bedeutung. Ausgeschlossen bleiben die technischen Anwendungen der Physik auf die Maschinenlehre, wovon jedoch das Wichtigere, wie die Lehre von den einfachen Maschinen, von hydraulischen Maschinen, Dampfmaschinen u. s. w. in Anhängen Raum finden muss, da die Kenntniss derselben zum Verständniss verschiedener Theile der Physik unentbehrlich ist. Ausgeschlossen bleiben Abschweifungen in die Physikalische Geographie und Meteorologie, so wie näheres Eingehn auf Gegenstände der Physiologie und Astronomie. Da endlich die Chemie, als Stofflehre, sich zu einer selbständigen Wissenschaft entwickelt hat, die in Allem, was stoffliche Verhältnisse betrifft, demselben Ziel wie die Physik nachstrebt, so lässt sich von dieser auch Alles ausscheiden, was in das Gebiet der Chemie eingreift, wie die Lehren von der Affinität und von den Grundstoffen. Lehrgegenstände, die nicht wesentlich der Physik angehören, in Gymnasialcurse aufnehmen, entzieht den wichtigeren Lehren die ohnehin karg zugemessene Zeit und führt zu einem encyklopädischen Dilettantismus, der sich mit dem Ernst des Gymnasialunterrichts nicht verträgt.

Nach dieser Begrenzung lässt sich die Physik auf folgende sechs Lehren zurückführen.

I. Cohäsion.

Mit dieser im allgemeinsten Sinn verstandenen Benennung bezeichnet man die Ursache des starren, flüssigen und gasför-

migen Zustandes der Materie, ihrer Elasticität, der Vereinigung ihrer Theilchen zu regelmässigen Gestalten, Krystallen oder Kugeln, der Adhäsion getrennter starrer, oder starrer und flüssiger Körper, der Reibung. — Es hat dieser Theil der Physik sich noch nicht über die zweite Stufe der Induction zu erheben vermocht, und er besteht daher aus getrennten, oder nur schwach verbundenen Gruppen von Thatsachen und Gesetzen. Die Krystalllehre steht einstweilen noch ganz auf naturhistorischem Boden und hat bis jetzt zu keiner mechanisch erklärenden Theorie geführt; sie gehört wesentlich in das Gebiet der Mineralogie. Die Adhäsion von Flüssigkeiten an starren Körpern, oder die Capillarität allein hat eine auf die Ursachen zurückgehende, mathematisch-mechanische Bearbeitung gefunden, die aber besser mit der Lehre vom Gleichgewicht schwerer Flüssigkeiten, d. h. mit der Hydrostatik verbunden wird.

II. Schwere.

Die Lehre von der Schwere, oder allgemeinen Anziehung der Materie giebt, von allen Theilen der Physik, das beste Vorbild der inductiven und deductiven Methode, sie ist am sorgfältigsten und mit dem schönsten Erfolg ausgebildet. Von den Kepler'schen Gesetzen erhebt man sich ohne Schwierigkeit zu dem Princip der allgemeinen Gravitation, und die Entwicklung dieses Princips führt zu den reichsten Ergebnissen. Zunächst finden wir darin die Erklärung der Gestalt und Bewegung der Himmelskörper, deren weitere Ausführung jedoch der Astronomie überlassen bleibt. Die Anwendung auf terrestrische Verhältnisse zerfällt, nach alter Uebung, der Mechanik analog, in eine Statik und Dynamik, in die Lehre von im Gleichgewicht stehenden und von bewegten Körpern, und jede dieser Lehren muss besonders behandelt werden in Bezug auf starre, auf flüssige und auf gasförmige Körper. Als Anhang, entweder zu der ganzen Lehre, oder, getrennt, zu ihren einzelnen Theilen muss hier die Lehre

von den wichtigsten Maschinen stehn (Hebel und Waage, Radwelle, Schraube, Heronsball, Gasometer, Dampfmaschine u. s. w.).

III. Schall.

Die Akustik schliesst sich schicklich an die Dynamik gasförmiger Körper und findet, sowohl in der theoretischen Wellenlehre der reinen Mechanik, als in den Gesetzen der Wasserwellen ihre Grundlage. Wie die Lehre von der Schwere bildet sie ein streng geschlossenes, von einem einfachen Princip ausgehendes Ganzes, das eine gründliche mathematische Behandlung gefunden hat. Doch sind, was bei jener nicht der Fall ist, noch Thatsachen bekannt, die einstweilen sich nicht als nothwendige Folgerungen deductiv aus dem Princip herleiten lassen, was indess nicht sowohl der Akustik selbst, als der niedrigen Stufe der Cohäsionslehre zur Last fällt.

IV. Licht.

Auch die Optik lässt sich den vollendetsten physikalischen Theorie'n beizählen und steht an Fruchtbarkeit und Mannigfaltigkeit ihrer Resultate der Gravitationslehre wenig nach, ja sie übertrifft sie zum Theil durch den Glanz und das Magische der Erscheinungen und das Ueberraschende ihrer Erklärung aus dem Grundprincip, mit Hülfe einer oft verwickelten Analysis. In einer Beziehung jedoch steht sie hinter der Lehre von der Schwere bedeutend zurück. Das Princip der letzteren ist so einfach, dass es sich vielen Naturforschern als eine nothwendig mit dem Begriff der Materie verbundene, a priori erkennbare Eigenschaft dargestellt hat; das Princip der Optik dagegen ist eine Fiction, eine hypothetisch angenommene Bewegung eines hypothetischen, an sich nicht erkennbaren Stoffes, dessen Realität nur durch das Zusammentreffen aller theoretischen Folgerungen mit der

Erfahrung beglaubigt wird. Ein reicher Anhang handelt von den optischen Instrumenten.

V. Wärme.

Die Calorik oder Wärmelehre ist noch weit von der Ausbildung der Optik entfernt. Die vielen Analogie'n zwischen Licht und Wärme lassen, wenn nicht auf ein identisches, doch auf ein ähnliches Princip schliessen, und es ist auch in neuerer Zeit gelungen, die Wirkungen der Wärme als Aequivalente derjenigen anderer Naturkräfte darzustellen, und einzelne Erscheinungen derselben aus einer vorausgesetzten Bewegung der Körpertheilchen zu erklären; allein die umfassendere Entwicklung dieser Hypothese zu einer Theorie steht noch zu erwarten. Inzwischen sind, von der Grundlage eines besonderen Wärmestoffs ausgehend, die Erscheinungen der sich bewegenden Wärme, ihrer Verbreitung im Raum oder in den Körpern, mathematisch behandelt und auf bestimmte Gesetze zurückgeführt worden. Das Ganze der Wärmelehre zerfällt demnach einstweilen noch in mehrere Gruppen von Thatsachen und Gesetzen, die offenbar von einem gemeinsamen Princip abhangen; dieses Princip ist aber nicht festgestellt, die Induction ist nicht vollendet.

VI. Elektricität und Magnetismus.

Eine umfassende Benennung für diese, früher getrennt behandelten, aber vielfach in einander greifenden und ohne Zweifel zusammengehörenden Classen von Erscheinungen fehlt. Es ist dieser Theil der Physik der jüngste von allen, an Menge und Mannigfaltigkeit erkannter Thatsachen steht er aber keinem nach, er übertrifft daran vielmehr die meisten. Die Induction steht noch auf einer der tieferen Stufen, und die Erkenntniss eines obersten erklärenden Princips ist nicht so bald zu erwarten. Mathematisch durchgeführte Theorie'n über einzelne Gruppen von Thatsachen

fehlen indess nicht und haben in ihrem engeren Gebiet auch zu deductiv gefundenen, durch die Erfahrung bestätigten Wahrheiten geführt. — Die Lehre schliesst sich enge an den physikalischen Theil der Chemie an und, nach einer von vielen Chemikern getheilten Ansicht, fallen beide Wissenschaften in ihren obersten Principien zusammen.

ELEMENTE DER MECHANIK.

Erklärungen.

1. Die Materie besteht aus gleichen materiellen, oder physischen Punkten, d. h. aus Theilchen, die nach jeder Dimension kleiner sind als jede anzugebende Grösse. Ein begrenzter, aus Materie bestehender Raum heisst ein Körper. Die Menge der in einem Körper vorhandenen physischen Punkte, oder die Quantität seiner Materie, heisst die Masse des Körpers.

2. Eine Masse heisst homogen, wenn gleiche Raumtheile derselben überall gleich viel physische Punkte enthalten, diese also überall gleich weit von einander abstehn. Die in der Raumeinheit befindliche Masse dient als Maass der Dichtigkeit oder Dichte eines Körpers, d. h. eine Masse heisst d mal so dicht, als eine andere, wenn die Raumeinheit derselben d mal so viel physische Punkte enthält, als die Raumeinheit der anderen. Bezeichnet daher m die Masse eines homogenen Körpers, v sein Volumen, d seine Dichte, so ist

$$m = vd.$$

3. In starren Körpern sind die Theilchen unabänderlich unter sich verbunden, d. h. die Mechanik abstrahirt von jeder möglichen Trennung oder Verschiebung derselben. Flüssige Körper bestehen aus Theilchen, die leicht verschiebbar und trennbar sind.

4. Kraft heisst die Ursache einer Bewegung, oder der Veränderung in der Bewegung eines Körpers, oder des Widerstandes, den der Körper einer bewegenden Kraft entgegensetzt. Eine Kraft, die auf einen Punkt eines starren Körpers einwirkt, kann nur Bewegung erzeugen, wenn der ganze Körper an der Bewegung Theil nimmt; in flüssigen Körpern kann der von der Kraft unmittelbar angegriffene Punkt für sich Bewegung annehmen, sofern nicht andere Kräfte entgegenwirken.

5. Zwei oder mehrere Kräfte stehn im Gleichgewicht, wenn sie sich gegenseitig aufheben, so dass durch sie keine Bewegung, oder keine Veränderung einer schon bestehenden Bewegung erfolgt.

6. Die Mechanik zerfällt in eine Statik, oder die Lehre von den Bedingungen des Gleichgewichts, und eine Dynamik, oder die Lehre von der Bewegung, bei nicht bestehendem Gleichgewicht.

Die elementare Reine Mechanik beschränkt sich auf die Statik und Dynamik starrer Körper. Die Mechanik flüssiger Körper verlangt, wenn sie rein speculativ behandelt werden soll, die Anwendung höherer Rechnung und zerfällt in eine Mechanik nicht compressibler Flüssigkeiten von unveränderlicher Dichtigkeit, und eine Mechanik compressibler und elastischer Flüssigkeiten. Jede theilt sich wieder in eine Statik und eine Dynamik und, nach den Flüssigkeiten, welche den Typus zu beiden Voraussetzungen gegeben haben, heissen die zwei Theile der Mechanik nicht compressibler Flüssigkeiten Hydrostatik und Hydrodynamik, die entsprechenden Theile der Mechanik elastischer Flüssigkeiten Aerostatik und Aerodynamik. Bei elementarer Behandlung werden die Flüssigkeiten als schwer betrachtet und ihre Lehre stützt sich zum Theil auf Empirie; sie gehört demnach in das Gebiet der Physik. Verbindet man mit der empirischen Dynamik der Flüssigkeiten auch Maschinenlehre, so heisst sie Hydraulik, oder Pneumatik, je nachdem in diesen Maschinen das Wasser oder die Luft vorzugsweise berücksichtigt werden.

STATIK.

1. Erklärungen.

1. Die Kräfte werden als ziehende vorausgesetzt. Kommen stossende Kräfte vor, so ersetzt man dieselben durch ziehende von gleicher Wirkung.

2. Die Kräfte werden dargestellt durch gerade Linien, in der Richtung, nach welcher die Kraft den Punkt, auf den sie einwirkt, den Angriffspunkt, zu ziehen strebt. Der eine Endpunkt der Linie ist der Angriffspunkt, die Länge der Linie drückt die Stärke oder Intensität der Kraft, die willkürlich zu bestimmende Längeneinheit die Krafteinheit aus.

3. Gegenkraft einer Kraft heisst diejenige, welche ihre Wirkung aufhebt, mit ihr Gleichgewicht erzeugt.

4. Mittelkraft oder Resultante mehrerer Kräfte heisst eine Kraft, welche dieselbe Wirkung hat, wie diese Kräfte, die also statt derselben gesetzt werden kann. Diese letzteren heissen Seitenkräfte, Composanten der Mittelkraft.

5. So wie mehrere Kräfte zu einer Resultante vereinigt gedacht werden können, so lässt sich umgekehrt eine einzelne Kraft in mehrere Seitenkräfte zerlegen.

6. Die Statik setzt sich die Aufgabe, zu jeder gegebenen Zahl von Kräften die Bedingungen des Gleichgewichts zu finden. Die Lösung der Aufgabe wird erleichtert, wenn man zuerst die

Resultante der gegebenen Kräfte und zu dieser die Gegenkraft sucht; diese Gegenkraft wird nämlich mit den gegebenen Kräften Gleichgewicht erzeugen. Es lässt sich daher die Aufgabe der Statik auch dahin bestimmen, zu jeder gegebenen Zahl von Kräften die Mittelkraft zu finden. Die erstere Definition ist jedoch vorzuziehn, da man nicht voraussetzen darf, dass jedes System von Kräften sich auf eine einzelne Kraft reduciren lasse.

2. Grundsätze.

7. Wenn mehrere Kräfte mit gleichem Grund zwei oder mehrere Resultanten haben müssten, so haben sie keine Resultante. Ein Körper kann nämlich nicht gleichzeitig sich nach verschiedenen Richtungen bewegen, und auch nicht ohne Grund der einen Richtung vor den anderen folgen.

8. Gleiche, in derselben Ebene liegende Kräfte, die an einem Punkt so angreifen, dass der Winkel zwischen je zweien derselbe aliquote Theil von 4 Rechten ist, haben daher keine Resultante. Z. B. drei Kräfte P, Q, S, Fig. 1, die am Punkte A unter Winkeln von 120° angreifen; denn nimmt man an, die Resultante falle in den Winkel P, Q, so müsste sie mit gleichem Recht in die Winkel P, S, oder Q, S fallen können.

9. Zwei gleiche und entgegengesetzte Kräfte, die an einem Punkt, oder an den Enden und in der Richtung einer starren geraden Linie angreifen, stehn im Gleichgewicht und jede ist die Gegenkraft der anderen. Denn, mit gleichem Recht, als man eine Bewegung nach der einen Seite annähme, müsste auch eine Bewegung nach der anderen Seite angenommen werden.

Die starre Linie kann auch die Verbindungslinie zweier Punkte eines starren Körpers sein.

10. Eine Kraft kann in jedem Punkt ihrer Richtung angreifen, ohne Veränderung der Wirkung. Die Kraft P, Fig. 2, die in A angreift, soll auch in B angreifen können. Man setze

in B gleiche und entgegengesetzte Kräfte P′, P′′ an, jede gleich P, so ist die Wirkung der drei Kräfte P, P′, P′′ dieselbe wie die von P, weil P′, P′′ sich aufheben; die Wirkung der drei Kräfte ist aber auch gleich derjenigen von P′, weil auch P und P′′ sich aufheben, daher ist die Wirkung von P gleich derjenigen von P′. Es ist klar, dass die Punkte A und B durch eine starre Linie verbunden gedacht werden müssen.

11. Wenn mehrere Kräfte P, Q, R, S . . . Fig. 3, unter sich im Gleichgewicht sind, so ist die Gegenkraft jeder einzelnen die Resultante der übrigen. Z. B. R′ als Gegenkraft von R ist die Resultante von P, Q, S. — Da P, Q, R, S im Gleichgewicht stehn, so muss R die Wirkung von P, Q, S aufheben, R hebt aber auch die Wirkung von R′ auf; es ist also die Wirkung von P, Q, S gleich der Wirkung von R′, d. h. R′ ist ihre Resultante.

12. Zwei Kräfte P, Q, Fig. 4, die in verschiedener Richtung an einem Punkt A angreifen, haben eine Resultante R; dieselbe liegt in der Ebene P, Q und fällt in den Winkel zwischen P und Q. — Es ist vorerst klar, dass der Punkt, der gleichzeitig nach P und Q gezogen wird, nur im Fall, dass P und Q Gegenkräfte wären, in Ruhe bleiben wird, und dass seine Bewegung durch eine einzelne Kraft R erzeugt gedacht werden kann; denn gesetzt P und Q machten sich Gleichgewicht und Q′ sei die Gegenkraft von Q, so müsste A der Gegenkraft Q′ folgen (11), d. h. die einzelne Kraft P müsste die Wirkung Q′ haben, was ungereimt ist. Die Kraft R wird nothwendig zwischen P und Q fallen, da jede der zwei Kräfte den Punkt in ihre Richtung zu bringen strebt; sie wird ferner in die Ebene P, Q fallen, da mit gleichem Recht, als man sie über dieser Ebene annähme, sie auch unter derselben angenommen werden müsste, und die Lage in der Ebene die einzige ist, die keine symmetrische Doppellage zulässt.

13. Zwei gleiche Kräfte P, Q, die in verschiedener Rich-

tung an einem Punkt angreifen, haben eine Resultante R, welche den Winkel, den P, Q bilden, halbirt. Der erste Theil des Satzes ergiebt sich aus dem Vorigen. Dass R den Winkel halbiren muss, geht daraus hervor, dass diess die einzige Lage ist, zu der sich keine symmetrische findet.

14. Wenn zwei Kräfte P, Q in der gleichen Linie wirken, so ist ihre Resultante gleich $P \overline{+} Q$, je nachdem sie in gleichem, oder in entgegengesetztem Sinne ziehn.

15. Wenn eine beliebige Zahl von Kräften in der gleichen Linie wirken, so ist ihre Resultante gleich der Summe der in dem einen Sinn ziehenden, weniger die Summe der im entgegengesetzten Sinn ziehenden Kräfte, oder gleich der algebraischen Summe aller Kräfte.

3. Mittelkraft paralleler Kräfte.

16. Wenn zwei parallele Kräfte P, Q, Fig. 5, an den Endpunkten einer starren Linie A B in gleichem Sinn wirken, so haben sie eine Resultante R, die durch A B geht, P, Q parallel und gleich ihrer Summe ist, so dass $R = P + Q$.

Man setze in der Richtung von A B an ihren Endpunkten zwei gleiche und entgegengesetzte, übrigens willkürlich grosse Kräfte M, M′ an, so ist die Wirkung der vier Kräfte P, Q, M, M′ gleich derjenigen von P, Q allein, weil die Gegenkräfte M, M′ sich aufheben. Es sei S die Mittelkraft von P, M und eben so T diejenige von Q, M′, so ist die Wirkung von P, Q auch gleich derjenigen von S, T. Man verlängere S, T, bis sie sich schneiden in D, was immer der Fall sein wird, weil sie in gleicher Ebene mit P, Q, M, M′ liegen (12) und nicht parallel sein können. Man denke sich ferner S und T, statt in A, B, in ihrem Durchschnitt D angesetzt (10), so werden sie, und also auch P, Q, eine Resultante haben, welche in den Winkel und in die Ebene A D B fällt, also A B schneiden muss.

Zerlegt man nun die in D angreifende Kraft S wieder in ihre Seitenkräfte M, P, und eben so T in Q, M', so heben M, M' sich auf, und es bleibt $R = P + Q$.

17. Wenn zwei gleiche parallele Kräfte P, Q, Fig. 6, an den Enden einer starren Linie A B in gleichem Sinn wirken, so geht ihre Mittelkraft R durch die Mitte von AB.

Die Construction sei gleich der vorigen, nur mache man M, M' gleich $P = Q$, so halbirt S den Winkel A, T den Winkel B (13), es ist also $\alpha = \beta$, $\gamma = \delta$; es ist aber auch $\alpha = \varepsilon$, $\beta = \eta$ und eben so $\delta = \zeta$, $\gamma = \vartheta$, daher ist auch $\varepsilon = \eta$, $\zeta = \vartheta$, daher $AC = CD$, $BC = CD$, also $AC = BC$, d. h. der Durchschnitt C liegt in der Mitte von AB.

18. Eine Kraft R lässt sich daher umgekehrt in gleiche, parallele, von ihrem Angriffspunkt C gleich weit abstehende Kräfte P, Q zerlegen.

19. Der Punkt C, Fig. 5, in welchem die Mittelkraft R zweier paralleler Kräfte P, Q die Linie AB schneidet, theilt diese Linie in umgekehrtem Verhältniss zu den Kräften, so dass $P : Q = BC : AC$, oder $P . AC = Q . BC$.

Der Beweis theilt sich in zwei Fälle, je nachdem das Verhältniss P: Q commensurabel ist, oder diess Verhältniss unbestimmt gelassen wird. Die Beweisform für den zweiten Fall stützt sich auf den ersten und wird in allen ähnlichen Fällen in der Geometrie wiederholt, daher sie hier weggelassen wird.

Es sei also (Fig. 7) P mit Q commensurabel, z. B. $P : Q = 3 : 5$, so theile man AB in 8 gleiche Theile, so dass $P : Q = AD : DB$, und verlängere AB so, dass $AG = AD$, $BH = BD$, also $GH = 2\,AB$ oder $AB = {}^1/_2\,GH$. Man theile ferner P in 6 gleiche Kräfte, Q in 10 und setze dieselben auf beiden Seiten von A und B in gleichen Abständen von A und B an, so dass ihre Angriffspunkte in die Mitten der 6 Theile von GD und der 10 Theile von DH fallen, so werden die 16 kleinen an GH angreifenden Kräfte gleiche Wirkung haben wie P und Q.

Vereinigt man aber die G und H zunächst angreifenden kleinen Kräfte zu einer Mittelkraft, so wird diese in der Mitte von GH, in C angreifen (17), eben so die Mittelkraft der zwei von G und H nach der Mitte zu folgenden Kräfte u. s. w. Es greift also die Mittelkraft aller 16 kleinen Kräfte, also auch diejenige von P, Q, in C an. Nun ist $GC = \frac{1}{2} GH = AB$, also $GA = BC$, also auch $AD = BC$. Eben so ist $CH = \frac{1}{2} GH = AB$, also $BH = AC$, also auch $BD = AC$. Da nun, nach der Construction

$$P : Q = AD : BD,$$

so ist auch $P : Q = BC : AC$.

20. Wenn zwei parallele Kräfte P, Q, Fig. 8, an den Enden einer starren Linie AB in entgegengesetztem Sinn wirken, so ist ihre Mittelkraft R gleich ihrer Differenz und wirkt im Sinn der stärkeren Kraft; ihr Angriffspunkt C liegt auf der Verlängerung von AB auf der Seite der stärkeren Kraft, so dass seine Abstände von den Kräften diesen umgekehrt proportional sind; oder es ist, wenn P die grössere Kraft ist, $R = P - Q$ und $P : Q = BC : AC$.

Man bestimme auf der Verlängerung von AB den Punkt C so, dass $P : Q = BC : AC$, oder $P - Q : Q = AB : AC$, setze in C eine Kraft $R' = P - Q$ an, in gleichem Sinn ziehend und parallel Q, und zugleich ihre Gegenkraft R, so ist die Wirkung der vier Kräfte P, Q, R, R′ gleich derjenigen von P, Q allein. Die Kräfte Q, R′ haben aber eine Resultante $P' = Q + R' = Q + P - Q = P$, und dieselbe greift an in A, denn nach der Construction ist $P - Q : Q = AB : AC$ oder $R' : Q = AB : AC$. Da nun P die Gegenkraft von P′ ist, so stehn P, Q, R′ im Gleichgewicht, und da R die Gegenkraft von R′ ist, so ist R die Mittelkraft der beiden anderen Kräfte P, Q (11).

21. Aus dem Vorigen lassen sich leicht Regeln ableiten, um umgekehrt eine Kraft R in zwei Kräfte zu zerlegen, deren Grösse, oder deren Angriffspunkte gegeben sein können.

4. Mittelpunkt paralleler Kräfte.

22. Um die Mittelkraft irgend einer Zahl paralleler Kräfte zu finden, sucht man erst diejenige zweier dieser Kräfte, verbindet diese mit einer dritten, bestimmt ihre Mittelkraft u. s. f., bis die letzte der gegebenen Kräfte zu der Endresultante verwendet worden ist.

Es seien z. B. die vier Kräfte P, Q, S, T, Fig. 9, gegeben, so suche man zuerst die Resultante $U = P + Q$, welche in C angreife (19), dann die Resultante $V = S + T$, welche in D angreife, verlängere CD und bestimme (20) den Angriffspunkt E der Endresultante $R = U - V = P + Q - S - T$.

Die Endresultante ist gleich der Summe der im einen Sinn ziehenden, weniger der Summe der im entgegengesetzten Sinn ziehenden Kräfte, oder gleich der algebraischen Summe aller Kräfte. Ihr Angriffspunkt E heisst **Mittelpunkt der Parallelkräfte**.

23. Der Mittelpunkt paralleler Kräfte bleibt unverändert, wenn der Körper seine Lage gegen die Kräfte verändert, sofern die Kräfte und ihre Angriffspunkte dieselben bleiben.

Der Mittelpunkt E wird bestimmt durch die Grösse der Kräfte und die relative Lage ihrer Angriffspunkte; tritt also hierin keine Veränderung ein, so wird auch E in beiden Lagen des Körpers, Fig. 9 und Fig. 10, auf den nämlichen Punkt fallen.

5. Schwerpunkt.

24. Der Mittelpunkt gleicher und in gleichem Sinn auf alle materiellen Punkte eines Körpers einwirkenden Parallelkräfte heisst der **Schwerpunkt** dieses Körpers.

Die im Schwerpunkt angreifende Resultante R ist die Summe aller einzelnen Kräfte P, oder, wenn M die Masse des Körpers bezeichnet, so ist $R = MP$, und kann durch eine gleich grosse Gegenkraft aufgehoben werden.

25. Der Schwerpunkt homogener Körper wird durch die geometrische Figur derselben bestimmt. Ist diese Figur in dem Sinne symmetrisch, dass sich zu jedem Punkt auf der einen Seite eines inneren Mittelpunktes der Figur ein Punkt auf entgegengesetzter Seite in gleichem Abstande findet, so liegt der Schwerpunkt in diesem Mittelpunkt. So der Schwerpunkt einer geraden Linie, Kreislinie, eines Quadrats, Parallelogramms, einer Ellipse, der Flächen dieser Figuren, einer Kugel, eines Würfels, Cylinders u. s. w.

26. Der Schwerpunkt einer Dreieckfläche liegt im Durchschnitt der Linien, die von zwei Winkeln aus auf die Mitte der gegenüber liegenden Seiten gezogen werden, oder in dem Punkt, der von einer dieser Linien, von der Seite aus, einen Drittel abschneidet.

Denkt man sich, Fig. 11, das Dreieck ABC parallel BC in unbestimmt schmale Streifen zerlegt, die man als Rechtecke betrachtet, so fällt der Schwerpunkt jedes Streifens in seine Mitte, und die Schwerpunkte aller Streifen liegen in AD. Sucht man zu den in diesen Schwerpunkten angreifenden, ungleich grossen Parallelkräften den Mittelpunkt, so fällt auch dieser, d. h. der Schwerpunkt der Dreieckfläche, in AD. Dieser Schwerpunkt fällt aber, aus gleichem Grund, auch in BE, und liegt also im Durchschnitt von AD und BE, in F.

Zieht man DE, so ist DE parallel AB, weil $CD : DB = CE : EA$, daher $\triangle DEF \sim \triangle FBA$, daher $DF : FA = DE : BA = DC : BC = 1 : 2$. Es ist daher DF der 3te Theil von AD. Eben so ist EF der 3te Theil von BE.

27. Der Schwerpunkt einer Polygonfläche wird gefunden, wenn man dieselbe in Dreiecke zerlegt, in den Schwerpunkten dieser Dreiecke parallele Kräfte ansetzt, proportional dem Inhalt dieser Dreiecke und zu diesen Parallelkräften die Mittelkraft sucht. Der Angriffspunkt dieser Mittelkraft ist der Schwerpunkt des Polygons.

28. Der Schwerpunkt eines Tetraeders liegt im Durchschnitt der Linien, die man von zwei Ecken des Tetraeders nach den Schwerpunkten der gegenüber liegenden Flächen zieht, oder in dem Punkt, der von einer dieser Linien, von der Fläche aus, einen Viertel abschneidet.

Man denke sich das Tetraeder ABCD, Fig. 12, parallel der Fläche BCD in unbestimmt dünne Schichten zertheilt, die man als Dreieckflächen betrachtet, und es sei G der Schwerpunkt von BCD, so wird AG die Schwerpunkte aller mit BCD parallelen Schichten, daher auch den Schwerpunkt des Tetraeders enthalten. Eben so wird dieser Schwerpunkt auch in BF liegen müssen, wenn F der Schwerpunkt von ADC ist. Der Schwerpunkt des Tetraeders liegt also im Durchschnitt der Linien AG und BF, also in H. Dass die Linien AG und BF sich schneiden müssen, ergiebt sich daraus, dass beide in derselben Ebene ABE liegen.

Zieht man FG, so ist FG parallel AB, weil $EF : FA = EG : GB$, daher ist $\triangle FHG \sim \triangle BHA$, daher $GH : HA = GF : AB = EF : EA = 1 : 3$; es ist also auch $GH = \frac{1}{3} HA = \frac{1}{4} GA$.

29 Der Schwerpunkt eines Polyeders wird gefunden, wenn man es in Tetraeder theilt, in den Schwerpunkten derselben parallele Kräfte, proportional dem Inhalt der Tetraeder ansetzt und den Mittelpunkt dieser Parallelkräfte bestimmt.

30. Der Schwerpunkt drei gleicher Massen, die fest miteinander verbunden sind, ist der Schwerpunkt der Dreieckfläche zwischen den Schwerpunkten der drei Massen.

Stellt man, Fig. 13, die Resultanten der auf die drei Massen einwirkenden Parallelkräfte durch drei gleiche und parallele, in ihren Schwerpunkten angreifende Kräfte P, P', P'' dar, so ist die in D, der Mitte von AB, angreifende Mittelkraft von P und P' gleich $2P$; die Mittelkraft von $2P$ und P'' muss

aber in E angreifen, so dass (19) CE : ED = 2 P : P'' = 2 : 1. Derselbe Punkt E ist aber auch (26) der Schwerpunkt der Dreieckfläche ABC.

31. Auf ähnliche Art lässt sich beweisen, dass der Schwerpunkt vier gleicher, unter sich verbundenen Massen zusammenfällt mit dem Schwerpunkt eines Tetraeders, dessen Ecke die Schwerpunkte der vier Massen sind.

32. Es ist klar, dass, so wie der Mittelpunkt paralleler Kräfte, so auch der Schwerpunkt eines Körpers seine Lage im Körper unverändert behält, wenn der Körper seine Stellung gegen die auf ihn wirkenden Parallelkräfte verändert, sofern die relative Lage der Angriffspunkte der Kräfte, d. h. der materiellen Theilchen im Körper dieselbe bleibt. Der Körper wird also in jeder Lage gegen die auf ihn einwirkenden Kräfte im Gleichgewicht stehn, sofern sein Schwerpunkt jeder Bewegung durch eine darin angebrachte, der Mittelkraft gleiche Gegenkraft, oder durch Befestigung Widerstand leistet.

6. Mittelkraft in einem Punkt angreifender Kräfte.

33. Wenn zwei Kräfte P, Q, Fig. 14, an einem Punkte A angreifen, so liegt ihre Resultante R in der Richtung der Diagonale AD des über P, Q beschriebenen Parallelogramms ABCD.

Man errichte über CD den Rhombus CDGH, lasse P in B angreifen, als 'P, Q in G, als 'Q, setze in G und H die zwei Gegenkräfte Q'', Q' an, so ist die Wirkung der vier neuen Kräfte 'P, 'Q, Q', Q'' nicht verschieden von derjenigen der ursprünglichen P, Q. Es haben aber 'Q, Q'' eine Resultante T, welche ihren Winkel halbirt (13) und deren Verlängerung durch D geht, die also auch in D angreifen kann. 'P, Q' haben eine Resultante S, die in D angreift, weil 'P : Q' = HD : DB. Die Resultante von S, T, oder von 'P, 'Q, Q', Q'' greift also in D an; sie ist aber gleich derjenigen von P, Q, die in A

angreift; da also R, sowohl in D, als in A angreifen kann, so muss sie in der Richtung AD liegen.

34. Wenn von zwei in einem Punkte A angreifenden Kräften P, Q, deren Grösse unbekannt ist, Fig. 15, die Richtung und auch die Richtung ihrer Resultante gegeben ist, so lässt sich das Grössenverhältniss von P zu Q bestimmen.

Gesetzt es sei P = AB, so muss Q = AC, gleich der anderen Seite des mit AB und den Richtungen AC, AD beschriebenen Parallelogramms sein. Wäre Q > AC, z. B. = AC', so fiele das Eck des Parallelogramms P, Q, welches stets in der Parallele BD zu Q liegen muss, in D' und die Richtung von R müsste AD' sein, was gegen die Voraussetzung ist. Eben so, wenn man annähme, es sei Q = AC'' < AC. Da nun die gegebene Richtung von R mit der Parallele BD nur einen Durchschnittspunkt haben kann, nämlich D, so kann nur Q = AC der Annahme P = AB entsprechen.

35. Wenn zwei Kräfte P, Q, Fig. 16, an einem Punkte A angreifen, so ist ihre Resultante R gleich der Diagonale AD des über P, Q beschriebenen Parallelogramms ABCD. (Lehrsatz des Kräfteparallelogramms.)

Man kennt von P, Q die Grösse und Richtung, von ihrer Resultante einstweilen nur die Richtung. Es sei R' die, nach ihrer Grösse ebenfalls unbekannte Gegenkraft von R, so stehn P, Q, R' im Gleichgewicht (11). Ist nun P' = AE die Gegenkraft von P = AB, so ist P' auch Resultante von Q und R'. Man kennt nun von den Kräften Q, R' die Richtung und zugleich die Richtung ihrer Resultante P', und kann also (34) die Q = AC entsprechende Grösse von R' bestimmen. Zieht man EF parallel AC, so wird ACEF ein Parallelogramm, so wie auch ADCE ein Parallelogramm ist; es ist daher R' = AF = CE = AD, also auch R = R' = AD.

Die umgekehrte Construction dient, um eine einzelne Kraft R in zwei Seitenkräfte P, Q von gegebener Richtung zu zerlegen.

36. Zwei in einem Punkt A angreifende Kräfte P, Q und ihre Resultante R verhalten sich wie die Sinus der Winkel, die je von den zwei anderen Kräften gebildet werden.

In dem Dreieck ABD verhält sich, da BD = Q,

$$P : Q : R = \sin ADB : \sin BAD : \sin ABD.$$

Es ist aber $\angle ADB = \angle CAD = \angle (Q, R)$; $\angle BAD = \angle (P, R)$; $\sin ABD = \sin (P, Q)$, daher

$$P : Q : R = \sin (Q, R) : \sin (P, R) : \sin (P, Q).$$

Nach den trigonometrischen Sätzen über das Dreieck lässt sich ferner, sowohl die Grösse, als die Richtung von R berechnen; es ist nämlich

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2 PQ \cos (P, Q)$$

$$\tang (R, P) = \frac{Q \sin (P, Q)}{P + Q \cos (P, Q)}.$$

Die Bedingung R = 0 verlangt, dass jede der beiden Seitenkräfte P, Q, sofern sie nicht Gegenkräfte sind, für sich null sei; denn wäre keine von beiden = 0, so hätte R den Werth der Diagonale des mit ihnen beschriebenen Pgms.; wäre nur die eine von ihnen = 0, so wäre die andere ihre Resultante.

37. Ist P senkrecht auf Q, Fig. 17, und $\alpha = \angle (P, R)$, so ist $P = R \cos \alpha$, $Q = R \sin \alpha$, $R^2 = P^2 + Q^2$. Diese Formeln dienen auch, um eine gegebene Kraft R in zwei auf einander senkrechte Seitenkräfte P, Q zu zerlegen.

38. Die Mittelkraft R einer beliebigen Anzahl an einem Punkte A angreifender Kräfte P, Q, S, T, U . . . Fig. 18, wird gefunden, wenn man vom Endpunkte der Kraft P eine Linie zieht gleich und parallel Q, vom Endpunkte dieser Linie eine gleich und parallel S u. s. f. Die Linie, welche den Endpunkt der mit der letzten Kraft gleich und parallel gezogenen Linie mit dem Punkte A verbindet, ist nach Grösse und Richtung die gesuchte Resultante R.

Denkt man sich nämlich mit P und Q das Prgm. AC gezogen, so ist AC die Resultante von P, Q; verbindet man diese

durch das Pgm. A D mit S, so ist AD die Resultante von P, Q, S; eben so ist AE die Resultante von P, Q, S, T, und AF = R die Resultante von P, Q, S, T, U. Es ist aber klar, dass, um den Punkt F zu finden, es unnöthig ist, die punctirten Linien wirklich zu ziehn. Es ist ferner klar, dass die Construction dieselbe bleibt, die gegebenen Kräfte mögen in derselben Ebene liegen oder nicht.

Fällt der Endpunkt der letzten Parallele in A, so ist R = 0, d. h. die gegebenen Kräfte stehn im Gleichgewicht.

39. Die Mittelkraft R von drei Kräften P, Q, S, Fig. 19, die nicht in derselben Ebene liegen und daher an dem Punkte A, an dem sie angreifen, einen körperlichen Winkel bilden, ist gleich der Diagonale des über P, Q, S beschriebenen Parallelepipedums. (Lehrsatz des Parallelepipedum's der Kräfte.)

Der Satz ist ein besonderer Fall des vorigen allgemeineren. Construirt man mit P, Q, S das Pdm. AD, so ist AB, als Diagonale des Pgms., die Resultante von P, Q, und da auch ABCD ein Pgm. ist, weil AC gleich und parallel BD, so ist AD die Resultante von AB und AC, oder von P, Q und S.

Es ergiebt sich, wie in (36), dass R nur dann null und zwischen den gegebenen Kräften Gleichgewicht sein kann, wenn jede einzelne der drei Kräfte für sich null ist.

40. Sind die drei Kräfte P, Q, S auf einander senkrecht, das Pdm. ein rechtwinklichtes, und ist $\angle (R, P) = \alpha$, $\angle (R, Q) = \beta$, $\angle (R, S) = \gamma$, so ist

$$P = R \cos \alpha,\ Q = R \cos \beta,\ S = R \cos \gamma$$

$$R^2 = P^2 + Q^2 + S^2$$

oder $$R^2 = R^2 (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma)$$

also $$1 = \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma,$$

durch welche Bedingungsgleichung der Werth einer der drei Winkel, die R mit ihren drei Seitenkräften bildet, durch die zwei anderen bestimmt wird.

41. Es ergiebt sich aus dem Vorigen eine Methode, die Resultante R einer beliebigen Anzahl von Kräften P, P′, P″..., die in einem Punkt A angreifen, durch Rechnung zu finden. Man ziehe durch A drei auf einander senkrechte Coordinatenaxen, P bilde mit denselben die Winkel α, β, γ, P′ die Winkel α', β', γ' u. s. w. und jede der Kräfte P, P′... werde nach den drei Coordinatenaxen in drei Seitenkräfte zerlegt, deren algebraische Summen durch X, Y, Z ausgedrückt werden, so dass

$$X = P \cos \alpha + P' \cos \alpha' + P'' \cos \alpha'' \ldots$$
$$Y = P \cos \beta + P' \cos \beta' + P'' \cos \beta'' \ldots$$
$$Z = P \cos \gamma + P' \cos \gamma' + P'' \cos \gamma'' \ldots$$

so ist $R^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$

und wenn ξ, υ, ζ die Winkel bezeichnen, welche R mit den drei Axen bildet,

$$\cos \xi = \frac{X}{R}, \cos \upsilon = \frac{Y}{R}, \cos \zeta = \frac{Z}{R}$$

wobei, wie früher,

$$1 = \cos^2 \xi + \cos^2 \upsilon + \cos^2 \zeta.$$

In allen diesen Gleichungen erhalten entgegengesetzt ziehende Kräfte entgegengesetzte Zeichen, und die Cosinus der zwischen 90° und 270° fallenden Winkel sind negativ zu nehmen.

42. Die vorigen Gleichungen enthalten die Bedingungen des Gleichgewichts zwischen den auf einen Punkt A einwirkenden Kräften. Das Gleichgewicht verlangt nämlich, dass

$$X^2 + Y^2 + Z^2 + 0$$

sei, und nach (39), wird dieser Bedingung nur Genüge geleistet, wenn $X = 0$, $Y = 0$, $Z = 0$ ist.

7. Kräftepaare.

43. Zwei gleiche, parallele, entgegengesetzt wirkende Kräfte P, P′, Fig. 20, die an demselben Körper, aber nicht in der Richtung derselben Linie ziehen, heissen ein **Kräftepaar**,

(KP.), die auf sie gezogene Senkrechte AB, der Hebelarm, das Product des Hebelarms mit einer der beiden Kräfte, P.AB, das Moment oder statische Moment des Kräftepaares.

Axe eines Kräftepaares heisst eine auf die Mitte des Hebelarms senkrecht auf die Ebene des Kräftepaares gezogene Gerade.

Der Ausdruck Moment, *momentum*, ist von den älteren Mechanikern in verschiedenem Sinn gebraucht worden; im Allgemeinen für das Product einer Linie in eine Kraft, wie vorhin, zuweilen auch für das Product einer Masse in ihre Geschwindigkeit.

44. Ein Kräftepaar hat keine einzelne Resultante; es muss, wenn Gleichgewicht sein soll, jede seiner beiden Kräfte durch eine gleiche Gegenkraft, d. h. das Kräftepaar muss durch ein gleiches, aber entgegengesetzt wirkendes Kräftepaar, ein Gegenpaar, aufgehoben werden.

Es wird in der Dynamik bewiesen werden, dass ein Kräftepaar eine gleichförmige drehende Bewegung starrer Körper um die Axe des Kräftepaares bewirkt.

Es folgt jener Schluss schon aus den Formeln (20). Nach diesen ist die Resultante R paralleler entgegengesetzt wirkender Kräfte P, Q gegeben durch $R = P - Q$ und in dem vorliegenden Fall ist $R = 0$. Der Angriffspunkt C der Resultante folgt aus $P - Q : Q = AB : AC$, wo also $AC = \frac{Q.AB}{0} = \infty$ wird. Eine Resultante Null, die in einer Entfernung angreift, die grösser ist, als jede endliche Grösse, heisst aber in algebraischer Sprache so viel, als es gebe keine Resultante.

Derselbe Satz ergiebt sich auch direct aus dem Grundsatze (7) Wo man nämlich auch die Resultante angreifen, oder wirken liesse, zwischen, oder ausserhalb A und B, nach oben, oder nach unten, so müsste man immer eine symmetrische zweite Resultante zugeben, die sich zu P′ in derselben Lage befände, wie die erste zu P.

45. Zwei KP. haben gleiche Wirkung, wenn sie gleiche

Hebelarme, gleiche und in gleichem Sinn wirkende Kräfte haben und in derselben oder in parallelen Ebenen liegen.

a. Die Hebelarme AB, CD und die Kräfte P, P′ und Q, Q′, Fig. 21, seien nicht nur gleich, sondern auch parallel.

Zu Q, Q′ errichte man die Gegenkräfte q, q′, so ist die Wirkung aller sechs Kräfte P, P, Q, Q′, q, q′ gleich derjenigen von P, P′. Die Kräfte P, q′ haben eine Resultante $= P + q'$, welche in I, dem Durchschnitt beider Diagonalen des Parallelogramms ABCD angreift, eben so die Kräfte P′, q, und beide Resultanten heben sich auf, weil $P + q' = P' + q$. Die Wirkung der sechs Kräfte ist also auch gleich derjenigen von Q, Q′; also die Wirkung von P, P′ gleich der Wirkung von Q, Q′.

b. Die Hebelarme A′B′, CD und die Kräfte P, P′ und Q, Q′ seien nicht parallel, Fig. 22.

Zu Q, Q′ errichte man die Gegenkräfte q, q′; man denke sich ferner zu dem KP. A′B′, ein paralleles AB, also (nach a) gleichwirkendes KP., das mit CD die Mitte I ihrer Hebelarme gemein habe, so ist die Wirkung der sechs Kräfte P, P′, Q, Q′, q, q′ gleich derjenigen von P, P′. Setzt man aber P, q in E an und zieht ihre Resultante S; setzt man P′, q′ in F an und zieht ihre Resultante T, so ist $S = T$ und es lässt sich leicht einsehen, dass SE, EI, IF, FT eine gerade Linie bilden, dass also S, T, oder P, q, P′, q′ sich aufheben müssen. Die Wirkung der sechs Kräfte ist also auch gleich der Wirkung von Q, Q′, also auch diejenige von P, P′ gleich der von Q, Q′.

Man kann also in einem Körper ein Kräftepaar in eine parallele Ebene verlegen und es in dieser Ebene, oder um seine Axe drehen, ohne dass die Wirkung verändert wird.

46. Zwei KP. P, P′ und Q, Q′ haben gleiche Wirkung, wenn sie in gleicher oder in parallelen Ebenen liegen und gleiche Momente haben, d. h. wenn $P. A'B' = Q\ CD$, Fig. 23.

Zu Q, Q′ ziehe man die Gegenkräfte q, q′, man denke sich

ferner an der gemeinschaftlichen Mitte I beider Hebelarme ein mit A'B' gleich wirkendes KP. AB, so ist die Wirkung der sechs Kräfte P, P', Q, Q', q, q' gleich derjenigen von P, P'. Nach der Voraussetzung ist aber

$$P : Q = CD : AB$$

oder

$$P : Q = \tfrac{1}{2}CD : \tfrac{1}{2}AB$$

daher

$$P : q' = DI : AI$$

$$P' : q = CI : BI$$

Die Resultante von P, q' wird daher in I angreifen (19), und eben so diejenige von P', q, beide werden gleich sein und sich aufheben. Die Wirkung der sechs Kräfte P, P', Q, Q', q, q' ist daher auch gleich derjenigen von Q, Q', also auch die von P, P' gleich derjenigen von Q, Q'.

47. Die Wirkungen zweier KP., die in gleicher oder in parallelen Ebenen liegen, verhalten sich wie ihre Momente.

a. Die Hebelarme beider KP. seien gleich und die Kräfte commensurabel. Sie verhalten sich z. B. wie 3 : 5; so kann das eine KP. als zusammengesetzt aus 3, das andere als zusammengesetzt aus 5 vollkommen gleichen KP. betrachtet werden, die man über einander gelegt hätte. Die Wirkungen werden sich verhalten wie die Anzahl gleicher KP., d. h. wie 3 : 5. Für den incommensurabeln Fall müsste die bekannte Beweisform angewandt werden.

b. Die Hebelarme und die Kräfte beider KP. seien ungleich. An einem Hebelarm a wirken zwei Kräfte P, an einem Hebelarm b zwei Kräfte Q, so verwandle man (nach 46) beide KP. in KP. mit gleichem Hebelarm l, so dass, wenn p, q die neuen Kräfte bezeichnen

$$p \cdot l = Pa, \text{ oder } p = \frac{Pa}{l}$$

$$q \cdot l = Qb, \quad \text{„} \quad q = \frac{Qb}{l}$$

Nach dieser Reduction verhalten sich die Wirkungen, W, W′, der neuen Kräftepaare wie ihre Kräfte, oder man hat

$$W : W' = p : q = \frac{Pa}{l} : \frac{Qb}{l}$$

also $W : W' = Pa : Qb$

48. Zwei oder mehrere KP., die in derselben oder in parallelen Ebenen liegen, lassen sich stets auf ein einziges KP. zurückführen. Das Moment des resultirenden KP. ist gleich der algebraischen Summe der Momente aller einzelnen KP., vorausgesetzt dass, wenn die am linken Ende eines Hebelarms aufwärts ziehende Kraft als positiv, die am linken Ende abwärts ziehende als negativ betrachtet wird, die ersteren Momente als positive, die letzteren als negative gezählt werden. Bezieht man die KP. auf ihre Axen, so genügt es, nur eine Art von KP. zu berücksichtigen, und zwar hat man sich für diejenigen entschieden, die, wenn man von dem freien Ende der Axe nach der Ebene das KP. sieht, als positiv erscheinen. Um negative KP. ebenfalls positiv zu sehen, ist die Axe nach der entgegengesetzten Seite, d. h. negativ zu ziehen.

Es seien Pa, $P'a'$, $P''a''$ . . . die Momente der einzelnen KP., so führe man alle (nach 46) auf einen gleichen Hebelarm l zurück, so dass $Pa = pl$, $P'a' = p'l$, $P''a'' = p''l$ . . . sei, lege dann alle diese KP. auf demselben Hebelarm l über einander, so wird die Wirkung des hiedurch entstandenen KP. gleich sein der Wirkung der gegebenen KP. Die Kraft R des resultirenden KP. ist die algebraische Summe der Kräfte p, p', p'' . . ., daher ist sein Moment

$$Rl = (p + p' + p'' \ldots) l = \left(\frac{Pa}{l} + \frac{P'a'}{l} + \frac{P''a''}{l} \ldots\right) l$$

oder $Rl = Pa + P'a' + P''a'' + \ldots$

Die Bedingung des Gleichgewichts ist daher, dass die algebraische Summe aller Momente null sei, d. h.

$$Pa + P'a' + P''a'' + \ldots = 0.$$

49. Zwei oder mehrere KP., die in Ebenen liegen, die sich schneiden, lassen sich stets auf ein einziges KP. zurückführen. Drückt man die Momente zweier KP. durch proportionale Linien aus, die einen Winkel bilden, gleich demjenigen, unter dem sich die Ebenen dieser KP. schneiden, und vollendet das Parallelogramm, so entspricht die Diagonale dieses Pgms. dem Moment des resultirenden KP. und dieses liegt in der Ebene dieser Diagonale und der Durchschnittslinie der beiden ersten Ebenen.

Man reducire zwei KP. auf einen gleichen Hebelarm, lege im Durchschnitt der Ebenen die Hebelarme beider KP. auf einander und construire, durch das Pgm. der Kräfte, an beiden Enden des gemeinschaftlichen Hebelarms die Resultanten, so ist das KP. dieser Resultanten das resultirende KP. — Es liege das eine KP. in der Ebene LM, Fig. 24, und sei, auf den Hebelarm AB zurückgeführt und in den Durchschnitt beider Ebenen gelegt, dargestellt durch P, P′, welche senkrecht an AB angreifen; das andere KP. liege in der Ebene GH und sei dargestellt durch Q, Q′, welche ebenfalls senkrecht an AB angreifen, so ist R, R′ das resultirende KP, welches daher in der Ebene liegt, die durch RA und AB bestimmt wird.

Da die Kräfte P, Q, R auf dem Durchschnitt senkrecht stehen, so messen die durch sie gebildeten Linienwinkel die Kantenwinkel der Ebenen.

Da ferner die drei KP. denselben Hebelarm AB haben, so verhalten sich ihre Momente, wie die Kräfte, d. h. die Diagonale AR des über AP, AQ errichteten Pgms. misst das Moment des resultirenden KP., wenn AP, AQ die Momente der componirenden KP. ausdrücken.

Auf gleiche Art lässt sich das erhaltene KP. mit einem dritten, das neu erhaltene mit einem vierten u. s. w. verbinden, so dass jede Anzahl von KP. sich auf ein einziges KP. von bekannter Lage und bekanntem Moment zurückführen lässt.

Das Gleichgewicht zwischen allen gegebenen KP. verlangt, dass das resultirende KP. null sei, d. h. dass die gegebenen KP. sich auf zwei Gegenpaare von gleichen Momenten und in gleicher Ebene liegend zurückführen lassen.

50. Umgekehrt lässt ein einzelnes KP. sich in zwei componirende KP. zerlegen, die in Ebenen von bestimmter Lage fallen, vorausgesetzt, dass die drei Ebenen denselben Durchschnitt, oder parallele Durchschnitte haben. Im letzteren Fall wird vorerst das KP. in zwei componirende mit gemeinschaftlichem Durchschnitte der drei Ebenen zerlegt, und hernach das eine derselben in die parallele Ebene versetzt.

Statt den Hebelarm in den gemeinschaftlichen Durchschnitt zu versetzen, lässt die Zerlegung sich auch ausführen, indem man eine der Kräfte R in den Durchschnitt legt.

In dem Durchschnitt AZ, Fig. 25, der drei Ebenen liege die Kraft R, und durch A sei die Ebene XAY senkrecht auf AZ gezogen, so dass AB oder der Hebelarm des KP. R, R′ in diese Ebene fällt. Zieht man dann durch B die Parallelen BC, BD und setzt in C die mit R gleichen Gegenkräfte r, r′ an, so wird die Wirkung der vier Kräfte R, R′, r, r′ gleich sein derjenigen von R, R′. Die vier Kräfte lassen sich aber auch betrachten als zwei KP., R, r′, mit dem Hebelarm AC, und r, R′ mit dem Hebelarm CB, und das letztere lässt sich versetzen in die Ebene ZAY auf den Hebelarm AD.

Nach dieser Construction sind, da die Kräfte der drei KP. gleich sind, die Momente den Hebelarmen proportional und verhalten sich daher, wie früher, so wie die Diagonale und die Seiten des Pgms. ABCD.

51. Die Reduction einer Mehrzahl von KP. auf ein einziges KP. gestattet noch eine einfachere Darstellung. Man lasse alle Ebenen der KP., indem man sie parallel mit sich selbst versetzt, sich in einem einzigen Punkte A schneiden; in den-

selben Punkt A bringe man auch, durch Versetzung in ihren Ebenen, die Mitten aller Hebelarme zum Durchschnitt. Zieht man nun von A aus die Axe der KP., so sind die Winkel zwischen diesen Axen gleich den Winkeln zwischen den auf ihnen senkrechten Ebenen der entsprechenden KP., und macht man die Längen dieser Axen proportional den Momenten ihrer KP., so lassen sich dieselben, nach dem Satze des Kräfteparallelogramms, zu einer einzigen Mittelkraft vereinigen, welche, nach Lage und Grösse, die Axe und das Moment des resultirenden KP. sein wird.

Es seien ll', mm' zwei Hebelarme, proportional den Momenten ihrer KP., in Ebenen, die man sich auf der Ebene der Figur senkrecht denkt, so sind die Kräfte P, P' beider KP. unter sich gleich (50). Zieht man nun die Axen AL, AM beider KP. ebenfalls proportional ihren Momenten, so fallen dieselben in die Ebene der Figur, und die Diagonale AG des über ihnen beschriebenen Pgms. wird senkrecht sein auf gg', welche die Endpunkte der zwei unter sich gleichen Pgm. Aglm, Ag'l'm' verbindet, und proportional dem resultirenden KP. Da nämlich Pgm. AGLM ähnlich Pgm. Aglm ist, da sie gleiche Winkel und proportionale Seiten haben, so steht AG senkrecht auf gg', es steht aber auch senkrecht auf dem durch A gehenden Durchschnitt der Ebenen beider KP., also auf der Ebene des KP., dessen Hebelarm gg' ist, und ist also die Axe dieses KP. Nun ist gg' proportional dem resultirenden KP., denn die in l und m angreifenden Kräfte P haben eine in C angreifende Mittelkraft 2P, eben so die Kräfte P', in l' und m', die Mittelkraft 2P' in C', und $2P \times CC' = P \times gg'$. Da aber $mm' : gg' = AL : AG$, so ist AG das Moment des KP., dessen componirende Momente durch AL, AM ausgedrückt sind.

52. Alle über das Kräfteparallelogramm gegebenen Sätze (36. 37) sind also auch anwendbar auf die Zusammensetzung von Kräftepaaren.

Bezeichnen L, M, G die Momente zweier KP. und des resultirenden KP., so ist

$$L : M : G = \sin (M, G) : \sin (L, G) : \sin (L, M)$$

$$G^2 = L^2 + M^2 + 2\, LM \cos (L, M).$$

$$\tang (G, L) = \frac{M \sin (L, M)}{L + M \cos (L, M)}$$

Ist L senkrecht auf M und $\alpha = \angle (L, G)$, so ist

$$G^2 = L^2 + M^2$$

$$L = G \cos \alpha,\ M = G \sin \alpha$$

53. Auf gleiche Art, wie man eine beliebige Zahl in einem Punkt angreifender Kräfte auf eine einzige Mittelkraft zurückführt (38), lässt sich auch, nach Richtung und Grösse, die dem resultirenden Moment entsprechende Axe irgend einer Zahl von KP. bestimmen.

Drei KP., deren Axen den Seiten eines Parallelepipedums entsprechen, reduciren sich daher auf ein einziges KP., dessen Axe die Diagonale des Ppdms. ist.

Die Bedingung, dass $G = 0$ werde, verlangt, wie in (39), dass

$$L = 0,\ M = 0,\ N = 0$$

seien.

Ist das Ppdm. ein rechtwinklichtes, bezeichnet man seine drei Seiten, d. h. die Momente der drei KP., mit L, M, N, das Moment des resultirenden KP. mit G, die Winkel der Diagonale mit den drei Seiten mit λ, μ, ν, so ist wieder

$$G^2 = L^2 + M^2 + N^2$$

$$L = G \cos \lambda,\ M = G \cos \mu,\ N = G \cos \nu$$

$$\cos^2 \lambda + \cos^2 \mu + \cos^2 \nu = 1$$

Diese Gleichungen dienen auch, um ein gegebenes Moment G in componirende Momente zu zerlegen, die in drei unter sich senkrechten Ebenen liegen.

8. Zusammensetzung irgendwie an einem Körper angreifender Kräfte.

54. Alle in einer Ebene liegenden Kräfte lassen sich auf eine einzige Kraft und auf ein Kräftepaar zurückführen.

Von irgend einem Punkt A, Fig. 27, der Ebene ziehe man Senkrechte auf jede der gegebenen Kräfte, z. B. p. auf P, und setze in A Gegenkräfte an, P, — P, gleich und parallel P, so lassen die drei Kräfte sich betrachten als eine einzelne in A angreifende Kraft P, und als ein Kräftepaar, dessen Moment Pp ist. Die in A angreifenden Kräfte P, P′, P″ .... vereinigen sich zu einer einzigen Kraft R, und alle KP. reduciren sich auf ein einziges KP., dessen Moment die Summe der Momente aller einzelnen KP. ist (48).

Die Kraft R lässt sich bestimmen, indem man die Kräfte P, P′, P″ ... nach zwei Coordinatenaxen, die durch A gehen können, in zwei Seitenkräfte x, y, x′, y′, x″, y″ ... zerlegt und zu den zwei aus ihrer Summe hervorgehenden Kräften die Mittelkraft sucht.

55. Damit Gleichgewicht bestehe, muss die Kraft R für sich und das resultirende KP. für sich null sein, und die erstere Bedingung verlangt, dass die Summen der Seitenkräfte auf jeder Coordinatenlinie für sich null seien. Das Gleichgewicht verlangt also, als Bedingungsgleichungen

$$x + x' + x'' \ldots = 0$$

$$y + y' + y'' \ldots = 0$$

$$Pp + P'p' + P''p'' = 0$$

Die Kräfte P, P′, P″... der KP. können ebenfalls nach den zwei Coordinatenaxen zerlegt werden. Sind diese, Fig. 28, auf einander senkrecht, bezeichnen x, y die Coordinaten des Angriffspunkt B von P, x′, y′ diejenigen des Angriffspunkt von P′ u. s. w. α, α', α''... die Winkel der Kräfte mit der Axe der Abscissen, so zerfällt P in P cos α und P sin α, und y ist der Hebelarm zur Kraft P cos α, x derjenige zur Kraft P sin α,

beide KP. erhalten ferner entgegengesetzte Zeichen, weil an dem unteren oder links liegenden Ende der Hebelarme die Kräfte verkehrt ansetzen. Die drei Bedingungsgleichungen des Gleichgewichts sind daher

$$P \cos \alpha + P' \cos \alpha' + P'' \cos \alpha'' + \ldots = 0$$

$$P \sin \alpha + P' \sin \alpha' + P'' \sin \alpha'' + \ldots = 0$$

$$P (y \cos \alpha - x \sin \alpha) + P' (y' \cos \alpha' - x' \sin \alpha') + P'' (y'' \cos \alpha'' - x'' \sin \alpha'') + \ldots = 0.$$

56. Wenn die ursprünglichen Kräfte P, P', P''... eine Resultante R haben, so wird zwischen — R, P, P', P''.... Gleichgewicht sein; die Gleichung der Momente muss daher null werden, wenn man das Moment — Rr beifügt, worin r den Abstand vom Punkte A zu R bezeichnet, d. h. es ist

$$Rr = Pp + P'p', + P''p'' \ldots$$

Das Moment der Resultante in Bezug auf irgend einen Punkt der Ebene ist also gleich der Summe der Momente aller einzelnen Kräfte in Beziehung auf den nämlichen Punkt.

Liegt der Punkt in der Resultante selbst, so wird $r = 0$, also ist, wenn z. B. P, P', P''... Fig. 29, in derselben Ebene liegen und die Resultante R haben, in Bezug auf einen Punkt dieser Resultante

$$Pp + P'p' + P''p'' = 0$$

d. h. in Bezug auf irgend einen Punkt in der Richtung der Resultante ist dis Summe der Momente aller in einer Ebene liegenden Kräfte gleich null.

57. Alle Kräfte, die irgendwie an einem Körper angreifen, lassen sich auf eine einzige Resultante und auf ein einzelnes Kräftepaar zurückführen.

An irgend einem Punkte A des Körpers setze man zu jeder der Kräfte gleiche und parallele Gegenkräfte an, so verbinden sich alle in A angreifenden Kräfte, welche mit den gegebenen in gleichem Sinn wirken, zu einer einzigen Resultante. Die übrigen Kräfte in A bilden mit den gegebenen Kräften Kräfte-

paare, und diese lassen sich ebenfalls auf ein einziges Kräftepaar reduciren.

Damit Gleichgewicht stattfinde, muss sowohl die einzelne Resultante für sich, als das Kräftepaar für sich null sein.

58. Die in B angreifende Kraft P, Fig. 30, werde zerlegt nach drei auf einander senkrechten Coordinatenaxen, so sind, wenn ξ, υ, ζ die Winkel bezeichnen, welche P mit den Coordinatenaxen bildet, die drei Seitenkräfte von P gegeben durch die Gleichungen $X = P \cos \xi$, $Y = P \cos \upsilon$, $Z = P \cos \zeta$. Eben so für P', P''... Damit die Resultante in A null sei, ist also erforderlich, dass

$$P \cos \xi + P' \cos \xi' + P'' \cos \xi'' + \ldots = 0$$
$$P \cos \upsilon + P' \cos \upsilon' + P'' \cos \upsilon'' + \ldots = 0$$
$$P \cos \zeta + P' \cos \zeta' + P'' \cos \zeta'' + \ldots = 0$$

Die drei in B angreifenden Kräfte X, Y, Z verbinden sich mit den in A angreifenden gleichen Gegenkräften zu drei KP. über den Hebelarmen AC, AD, AE; diese aber sind die Diagonalen der gleich bezeichneten Parallelogramme, und es zerfällt daher das KP. X. AD in Xy und Xz (50), welche entgegengesetzt wirken, eben so Y. AE in Y. x und Y. z, endlich Z. AC in Z. x und Z. y. Damit Gleichgewicht sei, müssen in jeder der drei Coordinatenebenen die Summen der Momente der Kräftepaare null sein, welches zu den drei Bedingungsgleichungen führt

$$P (z \cos \upsilon - y \cos \zeta) + P' (z' \cos \upsilon' - y' \cos \zeta') + P'' (z'' \cos \upsilon'' - y'' \cos \zeta'') + \ldots = 0.$$
$$P (x \cos \zeta - z \cos \xi) + P' (x' \cos \zeta' - z' \cos \xi') + P'' (x'' \cos \zeta'' - z'' \cos \xi'') + \ldots = 0.$$
$$P (y \cos \xi - x \cos \upsilon) + P' (y' \cos \xi' - x' \cos \upsilon') + P'' (y'' \cos \xi'' - x'' \cos \upsilon'') + \ldots = 0.$$

59. Haben die Kräfte P, P' P''... eine Resultante R, so dass $-R + P + P' + P'' + \ldots$ im Gleichgewicht stehn, bezeichnet man ferner mit α, β, γ die Winkel, welche R mit den drei Coordinatenaxen bildet und setzt

$P \cos \xi + P' \cos \xi' + \ldots = X$, $P \cos \upsilon + P' \cos \upsilon'$, $+ \ldots = Y$, $P \cos \zeta + P' \cos \zeta' + \ldots = Z$, so verlangt das Gleichgewicht, dass

$$X - R \cos \alpha = 0,$$
$$Y - R \cos \beta = 0,$$
$$Z - R \cos \gamma = 0$$

sei, also, da $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

$$R^2 = X^2 + Y^2 + Z^2,$$

so dass R und daher auch α, β, γ durch X, Y, Z gegeben sind. Bezeichnet man ferner mit a, b, c die Coordinaten irgend eines Punktes von R und setzt $P(z \cos \upsilon - y \cos \zeta) + P'(z' \cos \upsilon' - y' \cos \zeta') + \ldots = L$ und eben so die Werthe der analogen Ausdrücke = M und N, so ist

$$L - R(c \cos \beta - b \cos \gamma) = 0$$
$$M - R(a \cos \gamma - c \cos \alpha) = 0$$
$$N - R(b \cos \alpha - a \cos \beta) = 0$$

oder, wenn man die Werthe von X, Y, Z in diese Gleichungen einführt

$$L - Yc + Zb = 0$$
$$M - Za + Xc = 0$$
$$N - Xb + Ya = 0$$

woraus sich durch Elimination die Bedingungsgleichung ergiebt

$$XL + YM + ZN = 0,$$

welcher Genüge geleistet sein muss, wenn die gegebenen Kräfte P, P′ P″ ... eine einzelne Resultante haben sollen.

Als allgemeine Bedingung des Gleichgewichts ergiebt sich, dass

$$X = 0, \; Y = 0, \; Z = 0$$
$$L = 0, \; M = 0, \; N = 0$$

seien.

9. Gleichgewicht bei gehemmter Bewegung.

60. Es sei das Gleichgewicht eines Körpers zu suchen, der sich um einen unbeweglichen festen Punkt drehen kann.

Zu allen gegebenen Kräften, die auf den Körper einwirken, setze man in dem festen Punkt A parallele gleiche und entgegengesetzte Kräfte an, so vereinigen sich die mit den gegebenen in gleichem Sinn wirkenden Kräfte zu einer einzigen Resultante

R, die im festen Punkt A angreift und durch seinen Widerstand aufgehoben wird. Die übrigen Kräfte verbinden sich zu Kräftepaaren und damit Gleichgewicht bestehe, müssen diese Kräftepaare sich aufheben. Von den sechs Bedingungsgleichungen des Gleichgewichts ist also nur den dreien

$$L = 0, M = 0, N = 0$$

Genüge zu leisten, während X, Y, Z jeden Werth haben können.

Die Resultante R, welcher der Punkt A Widerstand zu leisten hat, ist der Druck, der auf A ausgeübt wird.

Liegen alle Kräfte mit dem Punkt A in derselben Ebene, so ist der Gleichgewichtsbedingung der Kräftepaare entsprochen, wenn die Summe der Momente derjenigen, die in dem einen Sinn zu wirken streben, gleich ist der Summe derjenigen, die in dem entgegengesetzten Sinn zu wirken streben.

Sind diese Summen durch zwei Kräftepaare ausgedrückt, so müssen daher ihre Kräfte sich umgekehrt verhalten, wie ihre Entfernungen vom Punkte A.

61. Es sei das Gleichgewicht eines Körpers zu suchen, der sich nur um eine Axe drehen kann, die durch zwei feste Punkte A, B geht.

Man ziehe senkrecht auf jede Kraft ihren kürzesten Abstand zur Axe und setze in dem Durchschnittspunkt mit der Axe zwei Gegenkräfte an, gleich und parallel der gegebenen; so wird die mit dieser gleich wirkende Kraft durch den Widerstand der Axe aufgehoben, und die zwei anderen Kräfte verbinden sich zu einem Kräftepaar. Alle gegebenen Kräfte reduciren sich daher auf so viele, in verschiedenen Ebenen liegende Kräftepaare, als gegebene Kräfte sind.

Zerlegt man alle Kräftepaare nach drei unter sich senkrechten Ebenen, so dass die eine dieser Ebenen auf der Axe senkrecht stehe, die beiden anderen die Axe zum gemeinschaftlichen Durchschnitt haben, ist ferner L die Summe der Momente der in der ersteren Ebene liegende Kräftepaare, und sind M, N

die Summen der in die zwei letzteren Ebenen fallenden, so werden M und N, deren beide Kräfte an der Axe angreifen, durch den Widerstand derselben aufgehoben, und es bleibt als Bedingung des Gleichgewichts nur, dass auch

$$L = 0 \quad \text{sei.}$$

Zerlegt man jede Kraft, die an der Axe angreift, in zwei parallele, in A und B angreifende Seitenkräfte, vereinigt dann alle in A angreifenden Kräfte zu einer einzigen Resultante R, alle in B angreifenden eben so zu einer Resultante R′, so sind R, R′ gleich dem Druck, welchem die Punkte A und B Widerstand zu leisten haben.

Liegen alle Kräftepaare in Ebenen, die auf der Axe senkrecht stehn, so vereinigen sie sich, ohne weitere Zerlegung, zu der Summe L. Reducirt man sie auf zwei entgegengesetzt wirkende Summen, so wird der Bedingung $L = 0$ entsprochen, wenn die Kräfte dieser beiden Kräftepaare sich umgekehrt verhalten, wie ihre Abstände von der Axe.

62. Es sei das Gleichgewicht eines Körpers zu suchen, der sich auf eine feste Ebene stützt.

Eine Kraft, die auf einen Körper wirkt, der durch eine feste Ebene gehemmt ist, wird durch den Widerstand der Ebene aufgehoben, wenn sie auf der Ebene normal steht, gegen dieselbe zu gerichtet ist und durch einen Berührungspunkt des Körpers mit der Ebene geht. Unter diesen Bedingungen strebt die Kraft den Körper in die Ebene hineinzupressen und wird durch ihren Widerstand aufgehoben. Wäre die Kraft auf der Ebene nicht normal, so liesse sie sich zerlegen in eine auf die Ebene senkrechte und eine damit parallele, und der letzteren stände kein Widerstand entgegen.

Das Gleichgewicht findet daher statt, wenn alle auf den Körper einwirkenden Kräfte eine einzelne Resultante R haben, welche auf der Ebene normal steht, gegen sie zugerichtet ist und durch einen Berührungspunkt des Körpers mit der Ebene geht.

Die Kraft R ist das Maass des Drucks, den die Ebene auszuhalten hat.

Hat der Körper mehrere Punkte mit der Ebene gemein, so kann R in parallele Seitenkräfte zerlegt werden, die durch die einzelnen Berührungspunkte gehn und zugleich den Druck bestimmen, der auf jeden derselben ausgeübt wird. — Die Zerlegung von R führt zu bestimmten Werthen der Seitenkräfte, wenn nur zwei Berührungspunkte gegeben sind, die mit dem Durchschnittspunkt von R mit der Ebene in gerader Linie liegen, oder drei Berührungspunkte, die nicht in gerader Linie liegen, und zwischen welche der Durchschnittspunkt von R mit der Ebene hineinfällt; sie bleibt unbestimmt, wenn mehr als drei Berührungspunkte gegeben sind. Damit aber in jedem Fall eine Zerlegung möglich sei, darf der Durchschnitt von R mit der Ebene nicht ausserhalb des durch die Berührungspunkte gezogenen Polygon's fallen. — Uebrigens ist klar, dass, wenn R in Seitenkräfte zerlegt werden kann, welche durch den Widerstand der Ebene aufgehoben werden, der Durchschnitt von R mit der Ebene nicht selbst auch ein Berührungspunkt sein muss.

Stützt sich der Körper auf mehrere unter sich geneigte Ebenen, so besteht Gleichgewicht, wenn alle auf ihn einwirkenden Kräfte sich zu Resultanten vereinigen lassen, die auf den gegebenen Ebenen normal stehn und durch die Berührungspunkte, oder durch das Innere der von den Berührungspunkten bestimmten Polygone gehn.

Diese Bedingungen des Gleichgewichts finden auch Anwendung, wenn der Körper sich auf eine krumme Fläche stützt, da man sich durch alle Berührungspunkte Tangentialebenen gezogen denken kann.

DYNAMIK.

1. Erklärungen.

1. Die Bewegung, die ein Punkt oder Körper durch alle direct oder indirect auf ihn einwirkenden bewegenden Kräfte besitzt, heisst die absolute Bewegung desselben; relativ heisst die Bewegung, wenn sie beurtheilt wird nach der Ortsveränderung des sich bewegenden Punktes oder Körpers in Bezug auf einen andern Punkt oder Raumtheil. Ist dieser Raumtheil in Ruhe, so fällt die relative Bewegung mit der absoluten zusammen; ist derselbe aber selbst in Bewegung, so weicht die absolute Bewegung wesentlich ab von der relativen. Bewegen sich z. B. zwei Punkte mit derselben Geschwindigkeit in gleicher Richtung, so ist die relative Bewegung eines jeden gleich null, wenn sie auf den anderen Punkt bezogen wird.

Der von dem Körper durchlaufene Weg heisst seine Bahn; der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg seine Geschwindigkeit.

2. Gewöhnlich wird die relative Bewegung auf einen beschränkteren Raum, in dem sie statt findet, bezogen. Dieser Raum kann selbst auch in Bewegung stehen, relativ zu einem grösseren Raum u. s. w. Man bezieht z. B. die Bewegung einer Kugel auf die Ebene, auf der sie rollt, die Ebene aber bewegt sich mit der Erde um die Erdaxe und zugleich um die Sonne, das ganze Sonnensystem bewegt sich in Bezug auf andere

Sterngruppen u. s. w. Die absolute Bewegung der Kugel ist die resultirende aus allen Bewegungen, die ihr direct durch den Stoss auf der Ebene, und indirect durch die Räume, in denen sie sich befindet, mitgetheilt werden, und will man nur die erstere in Betracht ziehen, so hat man von allen Kräften zu abstrahiren, durch welche die letzteren Bewegungen erzeugt werden. Da uns die letzten Bewegungen im Weltraume unbekannt sind, so bleibt unsere Erkenntniss auf relative Bewegungen beschränkt.

3. Die Beurtheilung einer Bewegung hängt ab vom Standpunkte des Beobachters, die wahre Bewegung kann von der scheinbaren sehr verschieden sein. Befindet sich z. B. der Beobachter in der Richtung der Bewegung eines Punktes, so erscheint ihm dieser in Ruhe. Bewegt sich der Beobachter in einer auf der zum Punkt gezogenen senkrechten Richtung, so scheint sich der Punkt, wenn er in Ruhe ist, in entgegengesetzter Richtung zu bewegen.

4. Die Bewegung heisst gleichförmig, wenn die Geschwindigkeit constant ist, wenn also in gleichen Zeiten stets gleiche Wege zurückgelegt werden, ungleichförmig, wenn die Geschwindigkeit nicht constant ist. Eine ungleichförmige Bewegung heisst beschleunigt oder verzögert, je nachdem die Geschwindigkeit wächst oder abnimmt; sie heisst gleichförmig, zunehmend oder abnehmend beschleunigt oder verzögert, wenn in den successiven Zeittheilchen die Geschwindigkeit stets um eine gleiche, um eine zunehmende oder abnehmende Grösse zu- oder abnimmt.

5. In der gleichförmigen Bewegung ist die Geschwindigkeit v gleich dem in der Zeit t zurückgelegten Weg s dividirt durch die Zeit, oder

$$v = \frac{s}{t}$$

denn der Quotient ist der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg.

In der ungleichförmigen Bewegung bezeichnet $\frac{s}{t}$ die mittlere Geschwindigkeit, mit welcher in der Zeit t der Weg s mit gleichförmiger Bewegung zurückgelegt würde, und je kleiner t und also auch s genommen wurde, desto näher wird diese mittlere Geschwindigkeit mit der wahren übereinstimmen.

6. Trägt man die Zeiten als Abscissen, die Geschwindigkeiten als Ordinaten auf, so heisst die durch die Endpunkte der Ordinaten gezogene Linie die Scale der Geschwindigkeiten. Diese Scale wird, Fig. 31,

bei gleichförmiger Bewegung, wenn v = AL, der Abscissenlinie AX parallel, wie LM;

bei gleichförmig beschleunigter Bewegung, eine schiefe gerade Linie AS;

bei zunehmend beschleunigter Bewegung, eine gegen AX convexe Curve AT;

bei abnehmend beschleunigter Bewegung, eine gegen AX concave Curve AV.

Die Scalen der verzögerten Bewegung ergeben sich leicht. Geht eine Bewegung aus einer frühern in die entgegengesetzte Richtung über, wie etwa die eines hin- und herschwingenden Uhrpendels, so werden die Geschwindigkeiten für die entgegengesetzte Richtung negativ. Die Scale für das hin- und herschwingende Pendel ergiebt sich daher als eine Curve wie Fig 32, worin A, A′ den Ausgangspunkt, B den Moment der Umkehr, C, C′ die beiden Durchgänge durch die Verticale bezeichnen.

2. Grundgesetze der Dynamik.

Die einfachen Vorstellungen, auf welche sich die Dynamik stützt, wurden von Newton in den drei folgenden Grundgesetzen ausgedrückt:

7. I. Jeder Körper beharrt in dem Zustande der Ruhe oder in gleichförmiger geradlinigter Bewegung, bis Kräfte auf ihn einwirken, die ihn nöthigen, diesen Zustand zu verändern.

Dieses Gesetz, bekannt unter dem Namen Gesetz oder Kraft der Trägheit, Vis inertiæ, Beharrungsvermögen, ist nur ein anderer Ausdruck der Definition von Kraft, (pag. 32) als der Ursache jeder Veränderung. Der Uebergang aus der Ruhe in Bewegung ist eine Veränderung und umgekehrt der Uebergang aus der Bewegung in Ruhe; eine Störung der Gleichförmigkeit der Bewegung, eine Ablenkung aus der geradlinigten Richtung sind ebenfalls Veränderungen, und jede Veränderung muss ihre Ursache haben, kann also nur durch die Wirkung einer Kraft erfolgen.

8. Eine Kraft, die an einem Punkte eines starren Körpers angreift, dessen Masse m ist, erleidet den mfachen Widerstand, den der einzelne Punkt entgegensetzen würde, muss also, um dieselbe Wirkung zu erzeugen, m mal so gross sein; oder, die Trägheit ist proportional der Masse und so auch die Kraft, durch welche sie zu überwinden ist.

9. In Folge des Gesetzes der Trägheit geht ein Körper, der durch anhaltend wirkende Kräfte sich in Bewegung befindet, mit seiner Endgeschwindigkeit geradlinigt und gleichförmig weiter, wenn jene Kräfte zu wirken aufhören. Bewegt sich der Körper in einer Curve, so ist die gerade Linie, der er, nach dem Ausbleiben der anhaltenden Kräfte, folgt, die Tangente der Curve an dem Punkt, in dem er sich in diesem Augenblicke befindet; die Endgeschwindigkeit ist die Geschwindigkeit, die er, in Folge seiner früheren Bewegung, in jenem Punkte besitzt.

10. II. Die Wirkung einer bewegenden Kraft auf einen durch eine andere Kraft in Bewegung gesetzten Körper ist die nämliche, die sie dem in Ruhe stehenden Körper ertheilt hätte, oder, die durch beide Kräfte gemeinschaftlich dem Körper er-

theilte Bewegung ist zusammengesetzt aus den Bewegungen, die er durch jede Kraft einzeln erhalten hätte.

In Folge dieses Gesetzes geschehen alle Bewegungen in einem in Bewegung befindlichen Raum, auf einem Schiffe z. B., gleich, als ob der Raum sich im Zustande der Ruhe befände; die eine Bewegung ist ohne Einfluss auf die andere. —

11. Es lässt aus diesem Gesetz sich ableiten, dass die Kräfte sich verhalten müssen, wie die von ihnen ertheilten Geschwindigkeiten.

Gesetzt zwei gleiche Massen werden von zwei Kräften P, Q in Bewegung gesetzt, es sei $Q = nP$ und P ertheile die Geschwindigkeit V, so kann man Q in n einzelne Kräfte P theilen, welche der zweiten Masse successiv die Geschwindigkeiten V, 2V, 3V. . . nV ertheilen. Setzt man also die von Q ertheilte Geschwindigkeit $= V'$, so ist

$$P : Q = 1 : n$$
$$V : V' = 1 : n$$
$$\text{also } P : Q = V : V'$$

Verbindet man diese Proportion mit der aus dem ersten Gesetz abgeleiteten, nach welcher die Kräfte proportional den Massen m, m' sein müssen, so ergiebt sich

$$P : Q = mV : m'V'$$

Die Producte mV, m'V', der Geschwindigkeiten in die Massen, heissen Grössen oder Quantitäten der Bewegung oder auch Momente. Es verhalten sich also die angreifenden Kräfte wie die von ihnen ertheilten Grössen der Bewegung. — Die Gleichung $P = mp$, die aus (8) folgt, führt zu demselben Resultat: nach derselben ist nämlich $P : Q = mp : m'q$

und da die Kräfte bei gleichen Massen den Geschwindigkeiten proportional sind

$$\text{oder } p : q = V : V'$$
$$\text{so ist auch } P : Q = mV : m'V'$$

12. Was in der Statik über Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte bewiesen wurde, hat also auch Geltung in Bezug auf Zusammensetzung und Zerlegung von Geschwindigkeiten. Das Parallelogramm der Kräfte wird zu einem Pgm. der Geschwindigkeiten. Gesetzt der Punkt A Fig. 16 habe gleichzeitig die Geschwindigkeiten AB, AC, so ergiebt sich für ihn, als resultirende Geschwindigkeit, AD. Auch unabhängig von der Statik lässt der Satz direct sich aus dem II. Grundgesetz ableiten. Besitzt A, Fig. 54, in dem Raume LM die Geschwindigkeit AB, mit dem Raum aber zugleich die Geschwindigkeit AC, so befindet sich der Punkt am Ende der Zeiteinheit in D und hat also den Weg AD zurückgelegt. Ist nämlich der Punkt, in der Bewegung von A nach B, bis b vorgerückt, so befindet sich A gleichzeitig mit LM in c, und es ist Ab : AB = Ac : AC, das Pgm. Abcd ist daher ähnlich dem Pgm. ABCD und der Punkt d liegt in der Diagonale AD.

13. III. Die Wirkung ist gleich der Gegenwirkung. Wenn zwei Massen auf einander einwirken, so verliert die eine an bewegender Kraft, daher auch an Quantität der Bewegung, so viel als die andere gewinnt.

Das Gesetz ist nicht zu verstehen, als ob die eine Kraft durch die andere aufgehoben würde, sondern wird durch das von Newton angeführte Beispiel erläutert: Wenn ein Pferd eine Last zieht, so verliert das Pferd so viel an Kraft, als erfordert wird, um den Widerstand der Last zu überwinden und nur der Ueberschuss seiner Kraft bewirkt die Bewegung. Oder, wenn eine Masse auf eine andere stösst, die sich in derselben Richtung bewegt, so wird diese an Geschwindigkeit gewinnen, jene verlieren, und zwar wird der Gewinn an Grösse der Bewegung der einen gleich sein dem Verlust der anderen. — Ein Theil der Kraft, welcher früher die eine Masse bewegte, ist nun auf die andere Masse übergegangen, daher die erstere sie verloren hat.

3. Princip von d'Alembert.

14. Wenn ein System unter sich verbundener Massen, m, m', m'' ... durch unmittelbar auf sie einwirkende Kräfte in Bewegung gesetzt wird, so ist klar, dass im Allgemeinen die Geschwindigkeiten u, u' u'' ... der Massen verschieden sein werden von den Geschwindigkeiten v, v', v''.., welche sie erhalten hätten, wenn sie frei gewesen wären, dass also ein Theil der Wirkung durch die gegenseitige Verbindung der Massen zerstört werden muss. Zerlegt man die einwirkenden Kräfte, die sich durch mv, m'v', m''v''... (11) darstellen lassen, in mu, m'u', m''u''... und mw, m'w', m''w''..., so sind mu, m'u', m''u''... die Kräfte, welche die wirkliche Bewegung erzeugen, und mw, m'w', m''w''... müssen unter einander sich zerstören. Diese letztere Bedingung des Gleichgewichts unter den sich aufhebenden Bewegungsgrössen führt zu einer Gleichung, aus welcher analytisch alle Sätze der Dynamik abgeleitet werden können.

15. Es gestattet diess Princip noch einen anderen, oft bequemeren Ausdruck. Da mv die Resultante ist von mu und mw, so besteht Gleichgewicht zwischen — mv, mu und mw (Statik 11), daher ist

— mw die Resultante von — mv und mu

oder + mw die Resultante von + mv und — mu

und so auch für die Massen m', m''... Da nun die Kräfte mw, m'w', m''w''... unter sich im Gleichgewicht stehn, so muss dieses auch zwischen ihren Composanten mv, m'v', m''v'' ... und — mu, — m'u', — m''u'' .... stattfinden, oder es besteht Gleichgewicht zwischen den einwirkenden Kräften und den in entgegengesetztem Sinn genommenen Kräften, welche die wirkliche Bewegung erzeugen.

Es wurde dieses Princip, das nur als eine allgemeinere Ausdehnung des Gesetzes der Wirkung und Gegenwirkung betrachtet

werden kann, zuerst durch d'Alembert ausgesprochen und seinem *Traité de Dynamique*, 1743, zum Grunde gelegt. In etwas veränderter Form erschien dasselbe als Princip der virtuellen Geschwindigkeiten, welches schon Galilei gekannt, Johann Bernoulli allgemeiner aufgefasst hatte, und später dann Lagrange in seinem *Traité de Mécanique analytique*, 1815, und nach ihm die meisten neueren Mathematiker an die Spitze der Mechanik gestellt haben. Virtuelle Geschwindigkeiten heissen die verschwindend klein gedachten Linien, welche in einer Verbindung materieller Punkte die einzelnen Punkte beschreiben würden, wenn das Gleichgewicht eine Störung erlitte. Nach diesem Princip besteht Gleichgewicht zwischen den Producten der Kräfte in die Projection der virtuellen Geschwindigkeiten auf die Richtung dieser Kräfte, d. h. wenn die Kräfte mit P, P', P''... die Projectionen der virtuellen Geschwindigkeiten auf ihre Richtung mit p, p', p''... bezeichnet werden, so ist, wenn Gleichgewicht statt findet,

$$Pp + P'p' + P''p'' \ldots = 0.$$

Es lassen sich aus diesem Princip alle Sätze, sowohl der Statik, als der Dynamik ableiten, so dass die Trennung der zwei Doctrinen wegfällt, und die ganze Mechanik sich als eine, allerdings nur mit Hülfe der höheren Analysis durchzuführende Entwicklung und Auflösung allgemeiner Gleichungen abschliesst. Was jedoch hiedurch die Darstellung an Einfachheit, Allgemeinheit und mathematischer Eleganz gewinnt, verliert sie an geometrischer Anschaulichkeit und stetem Verkehr mit den vorliegenden Problemen; die Aufmerksamkeit wird von den Dingen abgelenkt und dem Mechanismus der Formeln zugewendet.

4. Gleichförmige Bewegung.

16. Die ganze Lehre der gleichförmigen Bewegung ist enthalten in der oben gegebenen Formel

$$v = \frac{s}{t} \text{ oder } s = tv.$$

Der in der Zeit t zurückgelegte Weg s ist proportional der Zeit t.

17. Besitzt der Schwerpunkt einer starren Masse m die Geschwindigkeit V, so kann er derselben nicht folgen, weil er

untrennbar mit den anderen Punkten verbunden ist. Es lässt aber die Geschwindigkeit V sich zerlegen in gleiche und parallele Geschwindigkeiten v, die an allen einzelnen Punkten angreifen (Statik 24), so dass die Masse sich gleichförmig mit der Geschwindigkeit v fortbewegt. Nach dem Satz über die Zusammensetzung paralleler Kräfte ist

$$v = \frac{V}{m}$$

oder $V = mv$.

18. Wenn zwei Körper, deren Massen m, m′, so zusammentreffen, dass sie ihre bisherige Bewegung nicht fortsetzen können, so findet Stoss zwischen ihnen statt; der Stoss heisst central, wenn eine durch den Berührungspunkt senkrecht auf die Berührungsebene gezogene gerade Linie durch die Schwerpunkte beider Körper geht; er heisst ferner gerade, wenn diese Linie mit der Bahn beider Schwerpunkte zusammenfällt.

Um die Geschwindigkeit u der Körper nach dem centralen, geraden Stoss zu finden, seien v, $\pm$ v′ ihre Geschwindigkeiten vor dem Stoss, wobei $+$ v′ eine Bewegung in gleichem Sinn mit v, $-$ v′ eine Bewegung in entgegengesetztem Sinn bezeichnet. — Man vereinige die partiellen Geschwindigkeiten v, v′ der einzelnen materiellen Theilchen in den beiden Schwerpunkten zu den resultirenden Geschwindigkeiten V, V′, so erhält man als Geschwindigkeit U der die Schwerpunkte verbindenden starren Linie nach dem Stoss (Statik 14)

$$U = V \pm V' \quad (1).$$

Bezeichnet ferner u die Geschwindigkeit jedes materiellen Theilchens beider Massen, also die gemeinschaftliche Geschwindigkeit beider Massen nach dem Stoss, so ist

$$U = (m + m')\, u$$

und durch Substitution in die Gleichung (1)

$$u = \frac{mv \pm m'v'}{m + m'}$$

Nach dem Princip der Wirkung und Gegenwirkung verliert der eine Körper an Bewegungsgrösse, was der andere gewinnt, d. h. es ist

$$m(v - u) = m'(u \mp v').$$

Es wird nämlich diese Gleichung eine identische, wenn man für u seinen Werth substituirt.

19. Befindet sich m' in Ruhe, so ist $v' = 0$ zu setzen, und es wird

$$u = \frac{mv}{m + m'}$$

Die Bewegungsgrösse mv des einen Körpers vertheilt sich auf beide Massen.

Wird m' als unbeweglich betrachtet, hängt es z. B. unveränderlich mit der ganzen Erdmasse zusammen, so muss, wenn m gegen die Erdmasse verschwindend klein ist, $m' = \infty$, $v' = 0$ gesetzt werden; es wird daher

$$u = \frac{mv}{\infty} = 0$$

Eine Ebene kann als Theil einer Kugelfläche von unendlich grossem Radius betrachtet werden, deren Schwerpunkt also in der auf die Ebene gezogenen Senkrechten liegt. Der gerade centrale Stoss findet dann statt, wenn die kleinere Masse m senkrecht gegen die Ebene stösst, und nur unter dieser Voraussetzung wird $u = 0$. Bildet die Richtung der Bewegung von m mit der Ebene einen Winkel a, so zerlege man v in v sin a und v cos a, so wird nur v sin a, durch senkrechten Stoss, aufgehoben und m bewegt sich in der Richtung der Ebene weiter mit der Geschwindigkeit v cos a. (S. Statik 62.)

5. Ungleichförmige Bewegung.

20. Die ungleichförmigen Bewegungen werden erzeugt durch anhaltend wirkende Kräfte, weil diese zu den früheren

Geschwindigkeiten neue hinzufügen, oder von ihnen wegnehmen, daher auf den in Bewegung befindlichen Körper beschleunigend, oder verzögernd einwirken Hört die Einwirkung der Kräfte auf, so wird die Bewegung gleichförmig, der Körper geht mit der erlangten Endgeschwindigkeit gleichförmig und geradlinigt weiter (9). Wirkt die anhaltende Kraft nur während einer unbestimmt kleinen Zeit, wie ein einzelner Stoss oder Zug, so dass die Bewegung nach dieser Zeit gleichförmig und geradlinig erscheint, so heisst die bewegende Kraft eine momentane Kraft.

21. In der Scale der Geschwindigkeiten (6) ist der durch zwei Ordinaten begrenzte Raum defg, Fig. 33, proportional dem in der Zeit de von dem Körper zurückgelegten Weg, d. h der Raum defg enthält eben so viel Flächeneinheiten, als der zurückgelegte Weg Linieneinheiten enthält.

Der Satz ist klar, wenn die Bewegung gleichförmig, die Scale also der Abscissenlinie parallel und defg ein Rechteck ist, denn in diesem Fall drückt $de \times df = tv$ sowohl den Inhalt des Rechtecks, als den zurückgelegten Weg s aus, da nämlich $s = tv$, so ist auch $s = defg$.

Ist die Bewegung gleichförmig beschleunigt, df die Anfangs-, eg die Endgeschwindigkeit, Fig. 34, so ist der in der Zwischenzeit de zurückgelegte Weg gleich dem Weg, den der Körper mit der mittleren Geschwindigkeit $\frac{df + eg}{2} = ik$ beschrieben hätte, gleich $de \times ik$, gleich dem Trapez defg. — Denkt man sich nämlich die Zeit de in so kleine Theile getheilt, dass während jedes dieser Theilchen die Bewegung als gleichförmig betrachtet werden darf, und lässt am Ende jedes Theilchens die Geschwindigkeit um gleich viel zunehmen, bis sie gleich eg wird, so entspricht dem während jedes Theilchens beschriebenen Weg ein Rechteck, dem während de beschriebenen die Summe dieser Rechtecke, und diese Summe nähert sich dem Inhalt des Trapez

defg um so mehr, je kleiner die Theile von de sind. Da aber die Theile von de unbestimmt klein angenommen werden können, so muss (nach dem Satz pag. 19) die Grenze der Rechtecksumme, d. h. defg, auch dem während de zurückgelegten Weg entsprechen.

Ist die Bewegung ungleichförmig beschleunigt, oder verzögert, die Scale daher eine Curve, Fig. 33, so lässt sich dem Bogen, der zwischen den Ordinaten df, eg liegt, ein Polygonstück von unbestimmt kleinen Seiten substituiren, jeder Polygonseite entspricht ein Trapez und drückt den in der Zwischenzei mit gleichförmig zu- oder abnehmender Geschwindigkeit durchlaufenen Weg aus, die Summe dieser Trapeze, oder der Raum defg, der ihre Grenze bildet, ist daher der Ausdruck für den mit stetig zu- oder abnehmender Geschwindigkeit durchlaufenen Weg.

6. Gleichförmig beschleunigte Bewegung.

22. Eine constant wirkende stetige Kraft erzeugt in jeder Zeiteinheit eine gleich grosse Zunahme der Geschwindigkeit, d. h. eine gleich grosse Beschleunigung; die Scale der Geschwindigkeiten Ag, Fig. 34, ist eine gerade Linie. Die Dreiecke, welche den vom Anfang der Bewegung an durchlaufenen Weg ausdrücken und ihre Spitze in A haben, sind ähnlich; bezeichnen daher v, v′ die nach den Zeiten t, t′ erlangten Geschwindigkeiten, s, s′ die während dieser Zeiten durchlaufenen Wege, so ist

$$v : v' = t : t'; \quad s : s' = v^2 : v'^2 = t^2 : t'^2.$$

Die Endgeschwindigkeiten verhalten sich daher wie die vom Anfang der Bewegung an gezählten Zeiten, die durchlaufenen Wege wie die Quadrate dieser Zeiten.

Zählt man die Zeiten nach der gewöhnlichen Zahlreihe, so verhalten sich die durchlaufenen Wege wie die Quadrate dieser

Zahlen, die in den auf einander folgenden einzelnen Zeiteinheiten durchlaufenen Wege wie die Reihe der ungeraden Zahlen, oder man hat für den

nach	1,	2,	3,	4	. . n	Zeiteinheiten
durchlaufenen Weg	1,	4,	9,	16	. . . n^2	Wegeinheiten
für den in der	1ten,	2ten,	3ten,	4ten	. . . nten	Zeiteinheit
durchlaufenen Weg	1,	3,	5,	7	. . . $2n-1$	Wegeinheiten.

23. Bezeichnet man die Beschleunigung, oder die am Ende der ersten Zeiteinheit gewonnene Geschwindigkeit bc, mit g, so ist $\frac{1}{2}$ g, oder der Inhalt des Dreiecks Abc, der Ausdruck für den in der ersten Zeiteinheit durchlaufenen Weg, und man hat nach t Zeiteinheiten

$$v = gt \quad s = \frac{1}{2} gt^2$$

ferner, durch Elimination von t,

$$v = \sqrt{2gs} \quad s = \frac{v^2}{2g}$$

Besitzt der Körper, bevor die beschleunigende Kraft auf ihn einwirkt, in gleicher oder entgegengesetzter Richtung die constante Geschwindigkeit a, so ist

$$v = a \pm gt \quad s = at \pm \frac{1}{2} gt^2.$$

Es ist klar, dass analoge Formeln auch die gleichförmig verzögerte Bewegung ausdrücken.

Die Grösse g ist proportional der Kraft und dient daher als Maass der beschleunigenden Kraft.

7. Arbeit. Lebendige Kraft.

24. Ein Körper, auf welchen eine Zeit lang eine stetige Kraft einwirkt, die ihm Geschwindigkeit giebt, wird hiedurch fähig, in Folge der Trägheit, selbst Kraft auszuüben und gegebene Widerstände zu überwinden, er gewinnt eine bestimmte Wirkungsfähigkeit. Das Maass dieser Wirkungsfähigkeit W, oder der Arbeit, die der Körper zu leisten vermag, bis

die von ihm gewonnene Kraftmenge erschöpft ist, kann gleich gesetzt werden dem Product der Kraft P, ausgedrückt durch die von ihr in der Zeiteinheit geleistete Wirkung, mit der Zeit, oder dem Weg S, während welcher, oder längs welchem die Kraft auf den Körper gewirkt hat, d. h. es ist

$$W = PS.$$

Als Beispiele mag ein Gewicht P dienen, das durch eine Höhe S fällt; der Druck P des Dampfes auf den Kolben einer Locomotive auf horizontaler Bahn, wenn er am Ende einer Weglänge S zu wirken aufhört; die Muskelkraft P, die einer Kugel, welche fortgeschleudert werden soll, zunehmende Geschwindigkeit ertheilt und, während man die Kugel festhält, die Länge S hindurch auf sie einwirkt.

Wirkt die beschleunigende Kraft g gleichmässig auf alle Theile der Masse M ein, so ist die dem Körper ertheilte Kraft $P = Mg$, es ist ferner, wenn V die Geschwindigkeit am Ende von S bezeichnet, $S = \frac{V^2}{2g}$, daher

$$W = PS = \frac{1}{2} MV^2.$$

Der Ausdruck MV^2, oder das Product der Masse in das Quadrat der Geschwindigkeit, heisst die lebendige Kraft eines Körpers; die Arbeit oder Wirkungsfähigkeit eines Körpers ist daher gleich der halben lebendigen Kraft, die er besitzt.

25. Wenn ein Körper, der die lebendige Kraft MV^2 gewonnen hat, in Folge der Trägheit und ohne fernere beschleunigende Einwirkung, weiter geht, in seinem Fortgang aber auf stetige Widerstände stösst, die auf jede Längeneinheit durch P bezeichnet seien, so erleidet er eine durch PS ausgedrückte gleichförmige Verzögerung und wird stille stehn, wenn

$$\frac{1}{2} MV^2 = PS$$

$$\text{oder} \quad S = \frac{MV^2}{2P}$$

geworden ist.

8. Centralbewegung.

26. Wenn ein Körper, der sich in gleichförmiger geradlinigter Bewegung befindet, von einem Punkte aus, der nicht in der Richtung der Bewegung liegt, durch eine anhaltend wirkende Kraft, Centralkraft, angezogen oder abgestossen wird, so erleidet er eine stetige Ablenkung, und seine Bahn wird eine Curve, die stets in der durch die ursprüngliche Richtung der Bewegung und den Sitz der Centralkraft bestimmten Ebene bleiben muss. Je nach der ursprünglichen Richtung und Geschwindigkeit, der Lage des Centrums und der Wirkung der Centralkraft, kann die Curve eine offene, nach Art der Parabel oder Hyperbel, oder eine geschlossene, in sich zurücklaufende, dem Kreis oder der Ellipse ähnlich, eine sich öffnende, sich vom Centrum entfernende, oder eine sich schliessende Spirale sein. Die Curve ist gegen das Centrum concav, wenn die Centralkraft eine anziehende ist, convex, wenn sie abstossend wirkt.

27. Behandelt man die Curve als ein Polygon, so ergeben sich folgende Verhältnisse:

Der Körper habe in A, Fig. 35, die ursprüngliche Geschwindigkeit Al, erhalte aber, von O her, zugleich die Geschwindigkeit Am, so durchläuft er in der Zeiteinheit AB und würde mit dieser Geschwindigkeit durch Bn = AB weiter gehn, wenn nicht ein neuer Zug nach O ihm auch die Geschwindigkeit Bp ertheilte; er durchläuft nun BC, und eben so nachher CD, DE u. s. w. Wirkt die Kraft in O stetig, so werden die Polygonseiten unendlich klein, die Bahn wird zu einer Curve.

Es ergiebt sich leicht, dass △ AOB = △ BOn = △ BOC; eben so, dass △ BOC = △ COD = DOE u. s. w., d. h. alle um O liegenden Dreiecke, deren Grundlinien AB, BC, CD, DE u. s. w. in der Zeiteinheit zurückgelegt werden, haben gleichen Inhalt. Ist daher ALT, Fig. 36, die Bahn, die ein Körper durch Centralbewegung um das Centrum O beschreibt,

ist ferner AL in m Zeiteinheiten, LT in n Zeiteinheiten zurückgelegt worden, und denkt man sich die Bogen AL, LT als Polygonstücke, deren Seiten Grundlinien von Dreiecken sind, die ihre Spitze in O haben, so enthält der Sector AOL m dieser Dreiecke, der Sector LOT n Dreiecke; diese Dreiecke haben aber alle gleichen Inhalt, und es verhält sich daher der Inhalt des Sectors AOL zu dem Inhalt des Sectors LOT wie m : n.

28. Allgemein verhält sich daher in der Centralbewegung der Inhalt der vom Radius vector beschriebenen Sectoren, wie die Zeiten, in denen die Bogen dieser Sectoren zurückgelegt werden. — Es folgt hieraus, dass im Allgemeinen die Bewegung um so schneller sein muss, je näher der Körper dem Centrum ist, weil die Sectoren, wenn die in gleichen Zeiten beschriebenen gleichen Inhalt haben sollen, um so grössere Bogen haben müssen, je kleiner ihre Radien sind. — Es ergiebt sich ferner, dass, wenn die beschriebene Bahn ein Kreis ist, in dessen Mittelpunkt die Centralkraft wirkt, die Bewegung eine gleichförmige sein muss, weil die beschriebenen Kreisbogen sich verhalten, wie die zu ihnen gehörenden Sectoren, also auch wie die Zeiten, so dass in gleichen Zeiten gleiche Bogen zurückgelegt werden.

9. Schwungkraft.

29. Das Beharrungsvermögen giebt jedem in einer Curve sich bewegenden Körper das Bestreben, nach der Tangente der Curve geradlinigt und mit der erhaltenen Geschwindigkeit weiter zu gehn, ein Bestreben, das zum Theil durch die Centralkraft überwunden werden muss. In dem Punkte P, Fig. 37, z. B. hat der Körper, in Folge der Trägheit, die Neigung in der nächsten Zeiteinheit sich durch Bn zu bewegen. Zerlegt man nun Bn in BF und BC, indem man den Bogen mit seiner Sehne zusammenfallen lässt, da die Zeit beliebig klein angenommen werden kann, so darf von beiden Seitengeschwindigkeiten nur

BC bleiben, während BF durch die centrale Geschwindigkeit Bp aufgehoben werden soll. — Man kann annehmen, diese Seitengeschwindigkeit BF werde durch eine besondere Kraft erzeugt, welche den Körper vom Centrum zu entfernen strebe, und heisst diese Kraft Schwungkraft, Fliehkraft, Centrifugalkraft.

Eine anziehende Centralkraft heisst, im Gegensatz zur Centrifugalkraft, auch wohl Centripetalkraft.

30. Bezeichnet man die Schwungkraft mit f, die Centralkraft mit g, so ist, weil der in der Zeiteinheit durchlaufene Weg Bp $= \frac{1}{2}$ g und f $=$ g ist, f $=$ 2 Bp. Im Kreise ist aber, wenn der Halbmesser OB $=$ r gesetzt wird, $Bp = \frac{BC^2}{2r}$ und da BC die Geschwindigkeit v der Centralbewegung ist, so ergiebt sich

$$f = \frac{v^2}{r}.$$

Da die Schwungkraft auf jeden Punkt einer Masse besonders einwirkt, so ist für eine Masse $=$ m

$$f = \frac{mv^2}{r}$$

Bei gleicher Umdrehungsgeschwindigkeit und gleichem Halbmesser ist also die Schwungkraft constant.

Ist die beschriebene Curve nicht ein Kreis, so wird r gleich dem Halbmesser eines Kreises gesetzt, der in dem Punkte für den f gesucht wird, am nächsten mit dem Bogen der Curve übereinstimmt, d. h. den Uebergang bildet der inschriebenen zu den umschriebenen Kreisbogen. Dieser Kreis heisst der Krümmungskreis jenes Punktes, sein Halbmesser der Krümmungshalbmesser.

31. Bezeichnet in einer Kreisbewegung T die Umdrehungszeit, so ist $v = \frac{2r\pi}{T}$, also

für eine Masse $f = \frac{4r\pi^2 M}{T^2}$

Vollenden also zwei Massen M, M', die sich in verschiedenen Abständen r, r' vom Centrum befinden, ihre Umwälzung in derselben Zeit, so ist $f : f' = rM : rM'$
oder, wenn die Massen gleich sind, $f : f' = r : r'$

10. Rotationsbewegung.

32. Die Wirkung eines Kräftepaares auf einen starren Körper ist eine gleichförmige Drehung oder **Rotation** um eine auf der Ebene des Kräftepaares senkrechte Linie, d. h. um die Axe des Kräftepaares.

Es seien die materiellen Punkte A, B, Fig. 38, durch den starren Hebelarm AB verbunden, auf A wirke die momentane Kraft P, auf B die gleiche aber entgegengesetzte Kraft P'. Weder A noch B können der ihnen ertheilten Bewegung folgen, weil sie sich nicht von AB trennen können; die Festigkeit der Linie wirkt wie eine Centralkraft, deren Sitz, weil P und P' symmetrisch gleich sind, nur in der Mitte C von AB angenommen werden kann. Die Bewegung von A und B und der sie verbindenden Linie AB wird eine kreisförmige um C in der Ebene der Kräfte P, P' sein; sie wird ferner gleichförmig sein, weil in jedem Zeitmoment die Verhältnisse, welche die Bewegung erzeugen, unverändert bleiben.

33. Die Geschwindigkeit der Drehung ist gegeben durch den von A in der Zeiteinheit durchlaufenen Bogen AD = v. Ist Ca = 1, CA = r, so durchläuft a in der Zeiteinheit den Bogen ad = φ, welcher die **Winkelgeschwindigkeit** der Rotation heisst, während A den Bogen AD zurücklegt, und es ist $v = r\varphi$

Setzt man diesen Werth von v in den für die Schwungkraft erhaltenen Ausdruck

$$f = \frac{v^2}{r}, \text{ so wird}$$

$$f = r\varphi^2$$

Bei schneller Rotation ist es bequemer, die Geschwindigkeit durch die Anzahl n der Umläufe, die in der Zeiteinheit, gewöhnlich in 1 Minute oder in 1 Tag, gemacht werden, auszudrücken, so dass $v = 2r\pi n$

Die Vorzeichen der Rotation werden bestimmt, wie diejenigen der sie erzeugenden Kräftepaare (Statik 48). Eine Rotation heisst positiv, wenn sie, von dem Ende der Axe betrachtet, der Bewegung des Zeigers einer Uhr, oder dem täglichen Lauf der Gestirne am mittäglichen Himmel entspricht, negativ im umgekehrten Fall.

34. In einer Ebene seien die unveränderlich verbundenen Paare gleicher Massen 2M, 2m, 2m′, 2m″ . . . Fig. 39, in verschiedenen Abständen R, r, r′ r″ . . . um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt C vertheilt, auf M, M wirke ein Kräftepaar, das beiden Massen die gleichen aber entgegengesetzten Geschwindigkeiten v zu ertheilen strebe, so ist $Mv \times 2R = 2MRv$ das Moment des Kräftepaares. Man zerlege dasselbe in so viele partielle Kräftepaare, als Massenpaare vorhanden sind, und das gesammte System erhalte hiedurch die gemeinschaftliche Winkelgeschwindigkeit φ, so beschreiben die Massen M in der Zeiteinheit den Bogen $R\varphi$, die Massen m den Bogen $r\varphi$, u. s. w. und die entsprechenden Kräfte sind $MR\varphi$, $mr\varphi$, $m'r'\varphi'$ u. s. w., die Momente dieser Kräftepaare also $2MR^2\varphi$, $2mr^2\varphi$, $2m'r'^2\varphi$ u. s. w. Die Summe dieser Momente muss aber gleich sein dem Moment des bewegenden Kräftepaares (Statik 48), so dass

$$2MRv = 2\varphi\,(MR^2 + mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 \ldots)$$

daher $$\varphi = \frac{MRv}{MR^2 + mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 \ldots}$$

Die Producte der Massen in die Quadrate ihrer Entfernungen von der Axe heissen die Trägheitsmomente der Massen; die Winkelgeschwindigkeit verhält sich daher bei gleicher

bewegender Kraft umgekehrt wie die Summe der Trägheitsmomente.

Derselbe Werth von φ findet statt, wenn die Massenpaare nicht in derselben Ebene liegen, aber in gleichen Abständen um die Axe herum so vertheilt sind, dass die sie verbindenden Kräftepaare in Ebenen liegen, die mit der Ebene des Kräftepaares 2MRv parallel sind (Statik 45).

Sind die Ebenen, welche die in gleichen Abständen vom Schwerpunkt befindlichen gleichen Massen enthalten, nicht parallel, weder unter sich, noch mit der Ebene des Kräftepaares 2MRv, so muss dieses in partielle Paare zerlegt werden, die in den verschiedenen Ebenen liegen, und aus der Vereinigung derselben ergiebt sich dann, sowohl die Axe eines resultirenden Paares, als das Moment desselben, unter der Bedingung, dass die resultirende Winkelgeschwindigkeit für alle Massen dieselbe sei.

Im Allgemeinen ist klar, dass alle Sätze der Statik über Vereinigung und Zerlegung von Kräftepaaren auch Anwendung finden auf die durch sie erzeugten Rotationen.

35. Nach dem Princip von d'Alembert (14) erhält der vorhin gefundene Werth von φ eine allgemeinere Bedeutung. Es seien r, r', r'' ... die Abstände der Massen m, m', m''... von der Rotationsaxe, es wirken ferner momentane Kräfte in beliebiger Richtung auf diese Massen ein, so lässt jede dieser Kräfte sich zerlegen in eine der Axe parallele und eine zur Axe senkrechte Seitenkraft. Die ersteren vereinigen sich zu einer der Axe parallelen Resultante, die wir unberücksichtigt lassen wollen, die anderen streben Geschwindigkeiten v, v', v'' zu erzeugen, die in zur Axe senkrechten Ebenen liegen, durch die Verbindung der Massen aber eine Hemmung erleiden. Es seien ferner $r\varphi$, $r'\varphi$, $r''\varphi$ ... die Geschwindigkeiten, welche die Massen wirklich erhalten, so muss, nach dem Princip von d'Alembert (15) Gleichgewicht sein zwischen den Bewegungsgrössen mv, $m'v'$, $m''v''$ ... und den im entgegengesetzten

Sinn genommenen Bewegungsgrössen $mr\varphi$, $m'r'\varphi$, $m''r''\varphi$ . . . Bezeichnet OZ (Fig. 40) die Axe, XOY eine auf sie senkrechte Ebene, P die Projection von m auf diese Ebene, PA diejenige von v, PN die Projection von $r\varphi$, welche auf dem Halbmesser OP senkrecht stehn muss, $p = OF$ eine Senkrechte auf PA, so sind mvp und $mr^2\varphi$ die Projectionen der Momente von mv und $mr\varphi$. Eben so lassen sich die Momente der anderen Kräfte auf XOY projiciren. Die Bedingung des Gleichgewichts ist daher (Statik 58) dargestellt durch die Gleichung

$$mvp + m'v'p' + m''v''p'' + \ldots = mr^2\varphi + m'r'^2\varphi + m''r''^2\varphi + \ldots$$

oder, wenn man die algebraische Summe der ersteren Momente gleich L setzt und die Summe der Trägheitsmomente durch Σmr^2 ausdrückt,

$$\varphi = \frac{L}{\Sigma\, mr^2}$$

Wirkt die bewegende Kraft nur auf eine einzelne Masse M und ist R die von der Axe aus auf die Geschwindigkeit v gezogene Senkrechte, so wird $L = MRv$ und der Ausdruck fällt mit dem frühern (34) zusammen.

Ist das System der Massen m, m', m'' . . . ein einzelner starrer Körper, so drückt Σmr^2 das Trägheitsmoment dieses Körpers aus.

36. Es lassen sich (Statik 57) alle Kräfte, die an einem Körper angreifen, zurückführen auf eine einzelne Kraft und ein einzelnes Kräftepaar. Lässt man die einzelne Kraft im Schwerpunkt des Körpers angreifen, so hat dieselbe (17) eine gleichförmige geradlinigte Bewegung des Körpers zur Folge. Das Kräftepaar, dessen eine Kraft ebenfalls im Schwerpunkte angreift, lässt sich verwandeln in ein gleich wirkendes, mit einem Hebelarm, dessen Mitte in den Schwerpunkt fällt (Statik 46), und dieses Kräftepaar wird eine Rotation bewirken, deren Axe durch den Schwerpunkt geht. — In der Regel wird also ein Körper,

auf den eine momentane Kraft, ein einzelner Stoss, einwirkt, eine gleichförmig fortschreitende und zugleich eine rotirende Bewegung um eine durch den Schwerpunkt gehende Axe annehmen.

37. Durch die Rotation werden Schwungkräfte erzeugt, proportional den Abständen von der Axe (31); in einer drehenden Kugel z. B. werden sie am Aequator der Rotation am stärksten sein. Diese Schwungkräfte wirken häufig auf die Lage der Rotationsaxe ein und ändern dieselbe ab, so dass der Körper in jedem folgenden Zeitmoment sich um eine andere Axe dreht. In dem Körper ADBE z. B. Fig. 41 der sich um die Axe AB dreht, sind die Schwungkräfte auf den Quadranten AD, EB grösser, als auf den gegenübnr liegenden Quadranten AE, DB; der Ueberschuss der einen über die anderen lässt sich durch zwei Kräfte s, s′ darstellen, und diese bilden ein Kräftepaar, das den Körper um eine durch O gehende, auf der Figur senkrecht stehende Axe zu drehen strebt, und sich mit dem ursprünglichen Kräftepaar zu einem neuen diagonalen vereinigt (Statik 49); der Körper wird seine Drehaxe ändern, bis er die Lage der Fig. 42 gewonnen hat, in welcher die Schwungkräfte auf allen Punkten jedes Rotationsdurchschnittes gleich sind. Die Axe AB in Fig. 41 heisst daher eine momentane Axe, diejenige in Fig. 42 eine stabile Hauptaxe. Es lässt sich beweisen, dass jedem Körper wenigstens drei auf einander senkrechte stabile Hauptaxen zukommen, die sich in seinem Schwerpunkt schneiden. In Bezug auf die eine dieser Axen erhält das Trägheitsmoment des Körpers den grössten möglichen Werth, in Bezug auf die zweite einen mittleren, in Bezug auf die dritte den kleinsten.

Die Lage der Rotationsaxe eines Körpers, der sich gleichzeitig um zwei verschiedene, ihrer Lage nach bekannte Axen drehen soll, ergiebt sich aus den Sätzen über die Kräftepaare (Statik 51). Betrachtet man nämlich die zwei gegebenen Axen als Seiten eines Parallelogramms, deren Länge den beiden

Winkelgeschwindigkeiten proportional gesetzt wird, so rotirt der Körper um die Diagonale des Parallelogramms mit einer Winkelgeschwindigkeit, die ihrer Länge proportional ist.

11. Schwingungsbewegung.

38. Wenn ein Körper, der durch anhaltend wirkende Kräfte im Gleichgewicht erhalten wird, einen schwachen momentanen Stoss erleidet, so können drei Fälle eintreten: 1) die erhaltene Bewegung wird durch die stetigen Kräfte (Widerstand anderer Körper, Reibung u. s. w.) nach geringer Veränderung der Lage aufgehoben, und der Körper befindet sich in jeder neuen Lage im Gleichgewicht, z. B. eine schwimmende Kugel; das Gleichgewicht ist indifferent; 2) die stetigen Kräfte unterstützen und verstärken die erhaltene Bewegung, bis der Körper in einer ganz veränderten Lage wieder sich im Gleichgewicht befindet. Z. B. ein auf der Spitze stehender Kegel; das Gleichgewicht ist labil; 3) die stetigen Kräfte wirken der störenden Kraft entgegen, sie führen den Körper aus der neuen Lage, die er durch diese erhalten hat, in die frühere zurück, er erreicht diese mit einer gewissen Geschwindigkeit, geht nun mit dieser auf der entgegengesetzten Seite über die Gleichgewichtslage hinaus, bis die stetigen Kräfte, die ihn zurückzuführen streben, seine Geschwindigkeit erschöpft haben, und bewegt sich so hin und her, bevor er in der ersten Lage wieder zur Ruhe kommt, das Gleichgewicht ist stabil. — Aehnliche Schwankungen, wie bei dem stabilen Gleichgewicht, kommen in allen drei Fällen vor.

39. Eine fortdauernde Bewegung hin und her um eine mittlere Lage C des Gleichgewichts heisst Schwingungsbewegung, Oscillationsbewegung, Vibrationsbewegung. Die einzelne Bewegung aus der grössten Entfernung A Fig. 43 von der Gleichgewichtslage auf der einen Seite nach der grössten B auf der anderen Seite und von da nach A zurück

heisst eine Schwingung; die dazu erforderliche Zeit Schwingungsdauer; ein Abstand CD von der Gleichgewichtslage, die Elongation; der grösste Abstand AC oder BC, die Schwingungsweite oder Amplitudo; der Bewegungszustand, bestimmt durch die Geschwindigkeit, Richtung und Elongation, eine Phase; die Zeitdauer bis zum Eintritt einer Phase, die Phasenzeit. Es ist klar, dass der Körper in auf einander folgenden Durchgängen durch denselben Punkt D, also bei gleicher Elongation, sich in entgegengesetzter Phase befindet, das erste Mal ist die Richtung seiner Bewegung von A nach B, in dem nächsten Durchgang von B nach A. Die Dauer zwischen dem Eintreten zweier gleichartigen Phasen ist die Schwingungszeit.

40. Als einfachste Voraussetzung nehme man an, die stetige Kraft, welche den Körper von A nach C zurückführt, wirke proportional der Elongation CD, der Körper bewege sich also abnehmend beschleunigt von A nach C, erreiche hier seine grösste Geschwindigkeit, oder die Schwingungsintensität, gehe mit dieser zunehmend verzögert nach B und kehre von da wieder nach C zurück. Die Scale dieser Bewegung ist Fig. 32 dargestellt; es verlangt unsere Aufgabe jedoch eine etwas andere Construction derselben.

Es sei A Fig. 44 der Punkt der Schwingungsweite a, von welchem die Masse m nach C zurückkehrt; ihre Geschwindigkeit in D sei v, in d dagegen $v + e$, so dass e die Zunahme von D bis d ausdrückt; es sei der Weg $Dd = l$, die zu seiner Zurücklegung erforderliche Zeit w, der Weg $AD = s$, t die Zeit, in der er durchlaufen wird, so darf man, wenn w unbestimmt klein angenommen wird, $l = vw$ setzen.

Nach der Voraussetzung lässt sich die in D wirkende Kraft, wenn sie auf alle Punkte von m einwirkt, durch $mk(a-s)$ darstellen, wo k eine constante Verhältnisszahl bezeichnet; andererseits kann man (23) dieselbe Kraft, die in der Zeit w die Ge-

schwindigkeit e nimmt oder giebt, auch durch $m \frac{e}{w}$ ausdrücken,

so dass $mk\,(a-s) = m \frac{e}{w}$, daher

$$k\,(a-s) = \frac{e}{w}$$

$$\text{oder} \quad kl\,(a-s) = \frac{el}{w} = ev$$

$$\text{also} \quad l\,(a-s) = \frac{ev}{k}$$

$$\text{oder} \quad l : \frac{e}{\sqrt{k}} = \frac{v}{\sqrt{k}} : a-s \quad (1)$$

Errichtet man auf AC die Senkrechten $DE = \frac{v}{\sqrt{k}}$,

$de = \frac{v + e}{\sqrt{k}}$, zieht ef parallel Dd, ferner eE, und substituirt

in (1) die entsprechenden Werthe, so wird

$$Ef : ef = DE : DC$$

Die Dreiecke efE, EDC, die einen rechten Winkel von proportionalen Seiten eingeschlossen haben, sind daher ähnlich, woraus sich leicht ergiebt, dass $\angle\, eEf + \angle\, fEC = 90°$, also CE auf Ee senkrecht sein muss. Ist Ee unbestimmt klein, so lässt sich für die Sehne der Bogen substituiren, und führt man dieselbe Construction für alle Punkte von A bis B und von B nach A aus, so ergiebt sich leicht, dass die Scale der Bewegung, welche alle Punkte E verbindet, ein Kreis sein muss, weil alle Radien CE, CE′ u. s. w. auf den Bogen, oder ihren Tangenten normal und gleich sind. Wählt man nämlich, Fig. 45, irgend zwei dieser Radien CE, CE′, zieht CF so, dass sie ihren Winkel halbirt und vollendet die rechtwinklichten Dreiecke CEF, CE′F, so sind diese Dreiecke congruent, also CE = CE′ Der obere Halbkreis ist die Scale der durch $\sqrt{k}$ dividirten Ge-

schwindigkeiten während der Bewegung von A nach B, der untere Halbkreis diejenige für die Rückkehr von B nach A.

Aus der Aehnlichkeit der früheren Dreiecke, Fig. 44, folgt

$$Ee = \frac{ef \times EC}{DC} = \frac{Ef \times EC}{DE} = \frac{a\,l}{v}\sqrt{k} = aw\sqrt{k}$$

Zieht man also zu irgend zwei Phasenstellen D, D' die Senkrechten, theilt den dazwischen liegenden Bogen EE' in unbestimmt kleine Theile, für die man ihre Sehnen setzen darf, und bezeichnet mit t die Summe der diesen Sehnen entsprechenden Zeittheilchen w, so erhält man den Bogen

$$EE' = at\sqrt{k}$$

Die Kreisbogen sind also den Zeiten proportional, die der Körper verlangt, um ihre Projectionen auf der Bahn AB zu durchlaufen.

Bezeichnet φ den Winkel ACE, so ist AE $= a\varphi$, CD $=$ $a \cos \varphi$, DE $= a \sin \varphi$. Heisst ferner t die Zeit, in welcher AD $=$ s durchlaufen wird, so ist

$$a\varphi = at\sqrt{k}$$

also $$\varphi = t\sqrt{k} \quad (2)$$

daher $$s = a\,[1 - \cos\,(t\sqrt{k})] \quad (3)$$

$$v = a\sqrt{k}\,\sin\,(t\sqrt{k})$$

oder, wenn man die Schwingungsintensität $= c$ setzt,

da $CG = a = \frac{c}{\sqrt{k}}$,

$$v = c\,\sin\,(t\sqrt{k}) \quad (4)$$

Ist die Schwingungsdauer $= T$, also $\frac{T}{4}$ die Zeitdauer, in welcher CA zurückgelegt wird, so ist, wenn 2π der Kreisumfang für den Radius $= 1$ ist, (nach 2)

$$\frac{\pi}{2} = \frac{T}{4}\sqrt{k}$$

also $$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}} \quad (5)$$

Eliminirt man, mit der Formel (5), $\sqrt{k}$ aus den Gleichungen (2), (3), (4), so wird

$$\varphi = \frac{2\pi t}{T}$$

$$s = a\,(1 - \cos \frac{2\pi t}{T})$$

$$v = c \sin \frac{2\pi t}{T}$$

41. Setzt man in den Werthen von s und v den Werth von t successiv gleich $^1/_4T$, $^2/_4T$, $^3/_4T$, so ergiebt sich

für $t = {}^1/_4T \quad s = a\,(1 - \cos \frac{\pi}{2}) = a \quad v = c \sin \frac{\pi}{2} = c$

— $t = {}^2/_4T \quad s = a\,(1 - \cos \pi) = 2a \quad v = c \sin \pi = 0$

— $t = {}^3/_4T \quad s = a\,(1 - \cos {}^3/_2\pi) = a \quad v = c \sin {}^3/_2\pi = -c$

Der Körper steht also nach einer Viertelsumwälzung in C und erreicht hier seine grösste Geschwindigkeit c, geht mit dieser nach B und ist, nach einer halben Umwälzung, in B gleich weit rechts von C entfernt, als A links liegt, seine Entfernung von A ist 2a, seine Geschwindigkeit $= 0$; er kehrt nun nach C zurück, erreicht es wieder nach einer Viertelsumwälzung, mit der grössten aber entgegengesetzten Geschwindigkeit $-c$, und geht mit dieser, zunehmend verzögert, bis A. — In gleichen Zeitabständen nach A und vor B ist auch die Entfernung des Körpers von C und seine Geschwindigkeit gleich; denn, setzt man $t = \frac{T}{2} - t'$, wo $t' = t$, in die Werthe von s und v, so ist

$$s = a\,[1 - \cos \frac{2\pi}{T}(\frac{T}{2} - t')] = a\,(1 + \cos \frac{2\pi t'}{T})$$

worin $a \cos \frac{2\pi t'}{T}$ offenbar den Abstand von C darstellt, der hier mit $+$, im ersten Quadranten mit — erscheint,

$$v = c \sin \frac{2\pi}{T}(\frac{T}{2} - t') = c \sin(\pi - \frac{2\pi t'}{T}) = v$$

Die Bewegung ist also auf beiden Seiten von C symmetrisch, und dauert unbestimmt lange fort, wenn nicht andere Kräfte, als die berücksichtigten, hemmend einwirken. Diese Hemmungen finden sich in der Natur gewöhnlich in der inneren oder äusseren Reibung und im Widerstand der Luft oder des Wassers.

12. Wellenbewegung.

42. In einem Systeme materieller, unter sich irgendwie im Zusammenhange stehender Punkte, einem Mittel, wird durch die Störung des Gleichgewichts eines dieser Punkte und die hiedurch erzeugte Schwingungsbewegung auch das Gleichgewicht der angrenzenden Punkte gestört, durch die in diesen erregte Bewegung dasjenige der an sie angrenzenden, die Störung und die durch sie erzeugte Schwingung pflanzen sich nach und nach durch das ganze System oder Mittel fort und erzeugen eine Wellen- oder Undulationsbewegung.

Die Wellenbewegung heisst transversal, wenn die Schwingungen der Theilchen auf der Richtung der Fortpflanzung senkrecht stehn (Wasserwellen, schwingende Saiten), longitudinal, wenn die Schwingungen in der Richtung der Fortpflanzung vorgehen, so dass die Theilchen sich bald mehr, als das Gleichgewicht es verlangt, zusammendrängen, bald mehr von einander entfernen, daher abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen des Mittels erzeugen (Schallwellen).

Die Wellenbewegung ist ihrer Natur nach eine fortschreitende. Die Theilchen beginnen nach einander die Bewegung, erreichen nach einander ihre gleichnamigen Phasen, gehn nach einander durch die Lage des Gleichgewichts, und die positiven oder negativen Schwingungsweiten, welche nun, bei transversaler Bewegung, Wellenberge und Wellenthäler, bei longitudinaler Bewegung, Verdichtungs- und Verdün-

nungswellen heissen, durchlaufen nach und nach von dem zuerst erregten Punkte aus das Mittel. Die Geschwindigkeit der Fortpflanzung dieser Bewegung, von einem Theilchen zum nächst anstossenden, hängt offenbar ab von der Verbindungsart der Theilchen und ist unabhängig von ihrer schwingenden Bewegung, da die Fortpflanzung mit dem Anfang der Bewegung des ersten Theilchens beginnt. Bei gleicher Verbindungsart werden schnelle und langsame Schwingungen, grosse und kleine Elongationen sich dem angrenzenden Mittel gleich schnell mittheilen, daher gleich schnell fortschreiten.

43. Gesetzt in einem geradlinigten System von Punkten ak, Fig. 46, sei a in a', wenn b seine transversale Schwingung beginnt und die zwischen a und b liegenden Punkte seien in Zwischenstellungen, so dass ab die Gestalt a'b, Fig. 1', erhalten habe; es sei a wieder in a, wenn b in b', Fig. 2', seine Schwingungsweite erreicht und c die Bewegung beginnt; a erreiche die entgegengesetzte Schwingungsweite a'', Fig. 3', wenn b zurück ist in b, c sich in c' befindet und d die Bewegung beginnt; endlich sei a, Fig. 4', wieder zurück in a, wenn e die Bewegung beginnt, so dass nun a und e sich in derselben Phase, im Anfang einer Schwingung befinden. Es heisst ae die Wellenlänge. Die Undulationsbewegung schreitet um eine Wellenlänge ae fort, während das Theilchen a eine volle Schwingung vollendet.

Die Curven der Fig 46 lassen sich auch auf Longitudinalschwingungen anwenden, wenn ihre Ordinaten die Dichtigkeitszustände des Mittels ausdrücken. In den am höchsten über der Abscissenlinie stehenden Punkten findet die grösste Verdichtung, in den tiefsten Punkten die grösste Verdünnung, in beiden die schwächste Bewegung statt, wie in A, B, Fig. 44. In den Punkten der Abscissenlinie herrscht mittlere Dichtigkeit, aber auch stärkste Bewegung vor- oder rückwärts, wie in C, Fig. 44.

Bezeichnet w die Wellenlänge, n die Anzahl Schwingungen in der Zeiteinheit, oder die Schwingungszahl, V die Geschwindigkeit der Fortpflanzung in dem Mittel, so ist

$$nw = V\text{, oder, wenn V constant ist, } nw = n'w'\text{, d. i.}$$

$$n : n' = \frac{1}{w} : \frac{1}{w'}$$

Die Schwingungszahlen in einem Mittel verhalten sich daher umgekehrt wie die Wellenlängen und also auch umgekehrt wie die Schwingungszeiten.

44. Geht die Bewegung auf einer Fläche von einem Punkte aus, und verbreitet sie sich mit gleicher Geschwindigkeit nach allen Richtungen, so bilden die gleichen und gleichzeitig vom Punkte ausgegangenen Phasen Kreislinien; die zwischen zweien um eine Wellenlänge von einander abstehenden Kreislinien liegenden Theilchen bilden eine Welle. — Verbreitet sich die Bewegung eben so von einem Punkte im Inneren eines Mittels nach allen Richtungen mit derselben Geschwindigkeit, so liegen die gleichen und gleichzeitig ausgegangenen Phasen in Kugelflächen, und eine Welle ist von zwei um eine Wellenlänge von einander abstehenden Kugelflächen eingeschlossen. — Ist die Geschwindigkeit der Fortpflanzung nach verschiedenen Richtungen ungleich, so werden die Wellen nach anderen Gesetzen, z. B. nach Ellipsoidflächen, fortschreiten. — Die vom ursprünglich erregten Punkte nach den Wellen gezogenen Linien heissen Wellenstrahlen und bezeichnen die Richtung des Fortschritts. Die Wellenstrahlen kreis- oder kugelförmiger Wellen sind die Kreis- oder Kugelhalbmesser der Wellen.

45. Die Wirkungen w, w′ kugelförmig fortschreitender Wellen verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen r, r′ vom Mittelpunkt.

Es ist vorerst klar, dass diese Wirkungen direct sich verhalten müssen, wie die Quadrate der Schwingungsintensitäten c, c′, d. h. dass $w : w' = c^2 : c'^2$,

denn eine n fache Geschwindigkeit c ertheilt in gleicher Zeit n mal so viel Stösse und, da jeder Stoss n mal so gross ist, so muss die Wirkung n^2 mal so gross sein. — Da ferner jede Welle ihre ganze lebendige Kraft mittheilt, so ist, wenn m, m' die Massen zweier Kugelwellen in den Entfernungen r, r' bezeichnen, $mc^2 = m'c'^2$, oder

$$m' : m = c^2 : c'^2$$

und, da auch $$m' : m = r'^2 : r^2$$

$$c^2 : c'^2 = r'^2 : r^2$$

oder $$w : w' = r'^2 : r^2$$

Aus der Proportion $c : c' = r' : r$ folgt, dass die Schwingungsintensitäten im gleichen Verhältniss abnehmen, in welchem die Entfernung vom Mittelpunkt zunimmt. Es ist aber $c = a\sqrt{k} = \frac{2\pi a}{T}$ (40) und, da die Schwingungsdauer T constant ist, so nimmt auch die Amplitudo der Schwingungen in gleichem Verhältniss ab, wie die Entfernung vom Mittelpunkt zunimmt.

46. Bei dem Zusammentreffen zweier von verschiedenen Punkten ausgegangenen Wellen, oder, nach anderem Ausdruck, im Falle der Interferenz zweier Wellen, erhalten die Theilchen in den Kreuzungspunkten eine aus beiden Schwingungsbewegungen zusammengesetzte Bewegung, d. h. ihre Geschwindigkeit ist gleich der algebraischen Summe der Geschwindigkeiten beider interferirender Bewegungen, sie wird vermehrt, wenn gleichartige Phasen zusammentreffen, vermindert, wenn die Phasen entgegengesetzt sind; und in gleichem Maasse verändert sich die Amplitudo.

Man bezeichne mit s, s' die Wege, welche das Theilchen vermöge jeder von zwei längs derselben in gerader Linie fortschreitenden Schwingungen von der grössten Elongation aus zurückgelegt hätte, S sei der Weg, den es wirklich zurücklegt, so ist $$S = s \pm s',$$

je nachdem die Bewegungen in gleichem, oder in entgegengesetztem Sinn geschehn. Bezeichnen ferner a, a′, A die Amplituden der zwei componirenden und der resultirenden Schwingungen, t die Phasenzeit der ersten, $t + \tau$, diejenige der zweiten, $t + \vartheta$ die der resultirenden Schwingung, so ist (40), wenn die Schwingungsdauer T allen gemein ist,

$$s = a\left(1 - \cos\frac{2\pi t}{T}\right)$$

$$s' = a'\left(1 - \cos\frac{2\pi}{T}[t + \tau]\right)$$

$$S = A\left(1 - \cos\frac{2\pi}{T}[t + \vartheta]\right)$$

daher, wenn man diese Werthe in die frühere Gleichung setzt, die Klammern entwickelt und reducirt

$$A\cos\frac{2\pi t}{T}\cos\frac{2\pi\vartheta}{T} - A\sin\frac{2\pi t}{T}\sin\frac{2\pi\vartheta}{T} = a\cos\frac{2\pi t}{T}$$

$$\pm a'\cos\frac{2\pi t}{T}\cos\frac{2\pi\tau}{T} \mp a'\sin\frac{2\pi t}{T}\sin\frac{2\pi\tau}{T}$$

Setzt man, da die Gleichung für alle Werthe von t Geltung haben muss, $t = T$, so wird

$$A\cos\frac{2\pi\vartheta}{T} = a \pm a'\cos\frac{2\pi\tau}{T};$$

setzt man $t = \frac{T}{4}$, so ist

$$A\sin\frac{2\pi\vartheta}{T} = \pm a'\sin\frac{2\pi\tau}{T}$$

$$\text{daher}\quad A^2 = a^2 \pm 2aa'\cos\frac{2\pi\tau}{T} + a'^2.$$

Man findet demnach die resultirende Amplitudo A, wenn man die Schenkel eines der Phasenzeitdifferenz gleichen Winkels den componirenden Amplituden gleich nimmt und die gegenüber liegende Diagonale des Parallelogramms sucht. Aus A ergiebt sich der Werth von ϑ durch eine der früheren Gleichungen.

Stehn die Mittelpunkte beider Wellensysteme um 1, 2, 3 ... n Wellenlängen von einander ab, so beträgt die Differenz τ der Phasenzeiten T, 2T, 3T ... nT; es wird $\cos \frac{2\pi\tau}{T} = 1$ und $A = a \pm a'$; also, wenn $a = a'$, $A = 2a$, oder $A = 0$; die Amplituden werden verdoppelt, oder aufgehoben, je nachdem die Schwingungen übereinstimmen, oder sich entgegengesetzt sind.

Stehn die Mittelpunkte um $^1/_2$, $^3/_2$, $^5/_2$ .. $\frac{2n-1}{2}$ Wellenlängen von einander ab, so ist τ gleich $^1/_2$ T, $^3/_2$ T, $^5/_2$ T ... zu setzen; es wird $\cos \frac{2\pi\tau}{T} = -1$ und $A = a \mp a'$, oder, wenn $a = a'$, $A = 0$, oder $A = 2a$, je nachdem die Bewegung im gleichen, oder im entgegengesetzten Sinn stattfindet.

47. Ein Körper oder ein Mittel befindet sich in **stehender Schwingung**, wenn alle Theilchen ihre Schwingung gleichzeitig beginnen, gleichzeitig dieselben Phasen erreichen und gleichzeitig die Schwingung vollenden.

Zwei gleiche, aber in entgegengesetzter Richtung fortschreitende Wellenzüge erzeugen durch Interferenz stehende Schwingungen, wenn ihre Ausgangspunkte um eine ganze Zahl von halben Wellenlängen von einander entfernt sind und von jenen Punkten stets neue Schwingungen ausgehn, gleichartige, oder entgegengesetzte, je nachdem die Endpunkte um eine gerade, oder ungerade Zahl halber Wellenlängen von einander entfernt sind.

In Fig. 47 bezeichne die ausgezogene Curve den von A, die punctirte den von E ausgegangenen Wellenzug, so ist klar, dass in allen Punkten von AE entgegengesetzte Phasen zusammentreffen und sich zerstören, die Linie also in Ruhe ist. — In II ist der von A ausgehende Wellenzug um $^1/_4$ Wellenlänge gegen E, und um eben so viel der von E ausgegangene gegen

A fortgeschritten, es trifft nun Wellenberg mit Wellenberg, Wellenthal mit Wellenthal zusammen, oder für Longitudinalwellen, Verdichtung mit Verdichtung, Verdünnung mit Verdünnung. Die Wellenberge und Wellenthäler verstärken sich zur doppelten Höhe und Tiefe, und eben so die Verdichtungen und Verdünnungen. — In III sind beide Züge um eine halbe Welle fortgeschritten, es findet wieder gegenseitige Aufhebung statt. — In IV beträgt der Fortschritt $^3/_4$ Wellenlängen, die Schwingungen finden wieder im gleichen Sinn statt und verdoppeln sich. — In V sind die Züge um eine ganze Welle vorgerückt und es wiederholt sich der Zustand von I — In den Fällen I und III befindet das Mittel sich auf allen Punkten in Ruhe, oder, bei Longitudinalschwingungen, in mittlerer Dichtigkeit; in den Fällen II und IV bilden sich auf den Punkten A, B, C, D, E Wellenberge und Wellenthäler, oder grösste Verdichtungen und Verdünnungen, während die Punkte M, N, O, P fortdauernd in Ruhe, oder im Zustande mittlerer Dichtigkeit sind. — Die Stellen M, N, O, P heissen Schwingungsknoten, die Stellen A, B, C, D, E Schwingungsbäuche. — Das Mittel theilt sich also in einzeln für sich schwingende, durch die Knoten getrennte Partie'n, oder stehende Schwingungen, jede von der Länge einer halben Welle. Während in der einen die Theilchen gleichzeitig in die Höhe, oder der grössten Dichtigkeit zugehn, bewegen sie sich in der angrenzenden gleichzeitig abwärts, oder im Sinn der grössten Verdünnung, wie es die Pfeile in Fig. 48 andeuten. Die ausgezogene Curve bezeichnet den Gang der abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen, die punctirte den Gang der abwechselnden Bewegung der Theilchen.

48. Treffen zwei geradlinigte Schwingungen von gleicher Schwingungsdauer, die unter sich einen Winkel bilden, an einem Theilchen zusammen, so beschreibt das Theilchen eine Curve zweiten Grades.

Gesetzt das Theilchen A (Fig. 49) erreiche durch die erste

Schwingung in der Zeit t, vom Anfang der Schwingung an gezählt, die Elongation $AB = x$, in Folge der zweiten Schwingung, in der Zeit $t + \tau$, vom Anfang der zweiten Schwingung an gezählt, die Elongation $AC = y$, so ist (46)

$$x = a\left(1 - \cos\frac{2\pi t}{T}\right)$$

$$y = b\left(1 - \cos\frac{2\pi}{T}[t + \tau]\right)$$

Setzt man den aus der ersten Gleichung gezogenen Werth von $\cos\frac{2\pi t}{T}$ in die zweite Gleichung und entwickelt dieselbe, so erhält man zwischen y und x eine Gleichung des zweiten Grades, welche, wenn das Theilchen nach jeder Schwingung an seine erste Stelle zurückkehren soll, im allgemeinsten Fall einer Ellipse entsprechen muss. Die Gleichung ist

$$y^2 - 2by\left(1 - \left[1 - \frac{x}{a}\cos\frac{2\pi\tau}{T}\right]\right) - \frac{2b^2x}{a}\left(1 - \cos\frac{2\pi\tau}{T}\right) + \frac{b^2x^2}{a^2} + b^2\left(1 - \cos^2\frac{2\pi\tau}{T}\right) = 0 \quad (1).$$

Für $\tau = \frac{T}{4}$ und $a = b$ verwandelt sich diese Gleichung in $y^2 - 2a(x + y) + x^2 + a^2 = 0$

und setzt man darin $x = a - x'$, $y = a - y'$, durch Einführung neuer Coordinaten x', y', so verwandelt sie sich in

$$x'^2 + y'^2 = a^2$$

und entspricht, wenn die Coordinaten auf einander senkrecht stehn, dem Kreis. Treffen also zwei unter sich rechtwinklichte Schwingungen von gleicher Amplitudo und Schwingungsdauer zusammen, und ist die Phasenzeit der einen um eine Viertelsschwingung grösser, als die der anderen, so wird das Theilchen in eine kreisförmige Schwingung versetzt. Beschreibt man nämlich mit $AB = a$, Fig. 50, ein Quadrat, versetzt den

Anfangspunkt der Coordinaten in C, nimmt AP = x, AQ = y, so ist CR = x', RM = y', d. i. das Theilchen befindet sich stets auf dem Kreise BMD.

Für $\tau = 0$ verwandelt sich die Gleichung (1) in

$$y^2 - \frac{2b}{a} xy + \frac{b^2x^2}{a^2} = 0$$

oder, wenn man die Wurzel auszieht, in

$$y - \frac{b}{a} x = 0$$

$$ay - bx = 0.$$

Diese Gleichung kommt einer geraden Linie zu; das Theilchen bewegt sich daher stets im Sinn der Diagonale AD (Fig. 49). Durch das Zusammentreffen zweier geradlinigter Schwingungen von gleicher Schwingungsdauer und gleicher Phasenzeit wird also eine ebenfalls geradlinigte Schwingung erzeugt.

Es ist klar, dass, so wie zwei Schwingungen sich zu einer einzigen vereinigen lassen, man umgekehrt eine kreisförmige Schwingung in zwei geradlinigte, oder eine geradlinigte in zwei andere, einen Winkel bildende geradlinigte zerlegen kann.

49. Mehrere Wellensysteme, die von dicht neben einander liegenden Punkten ausgehn, vereinigen sich durch Interferenz zu einem einzigen Wellensystem, dessen Wellen nur Punkte enthalten, die gleichzeitig sich in derselben Phase befinden.

Wenn auf der Linie AB, Fig. 51, von den einzelnen Punkten nach einander kreis- oder kugelförmige Wellen ausgehn und die gezogenen inneren und äusseren Kreise gleichzeitige Wellenberge oder Verdichtungen bezeichnen, so befinden sich, unter der Voraussetzung, dass die Mittelpunkte der Wellen durch verschwindend kleine Zwischenräume getrennt seien, alle Punkte der Tangenten LM, PQ in gleichen Phasen und scheinen einem geradlinigten Wellensystem anzugehören, dessen Wellenstrahl die Richtung CD hat, und dessen Mittelpunkt unendlich fern ist.

Liegen die gleichzeitigen gleichen Phasen nicht in gerader Linie, oder nicht in einer Ebene, so ist die durch Interferenz der elementaren Wellen entstehende neue Welle einer Curve, oder krumme Fläche.

Da jedes schwingende Theilchen in einem Mittel, das sich in Wellenbewegung befindet, als Mittelpunkt eines secundären Wellensystem's betrachtet werden kann, so sind die Hauptwellen eines Wellenzuges stets die tangirenden einer unendlich grossen Zahl elementarer Wellen.

Die Wellensysteme, die von den Punkten der Trennungsfläche zweier Mittel ausgehn, schreiten in dem Mittel, durch welches ein vorwärtsschreitender Wellenzug die Trennungsfläche erreicht hat, mit der früheren Geschwindigkeit rückwärts und erzeugen die Erscheinung der Reflexion oder Zurückwerfung der Wellenstrahlen. In dem neuen Mittel gehn sie, mit einer in der Regel verschiedenen Geschwindigkeit, vorwärts und bedingen die Erscheinung der Refraction oder Brechung der Wellenstrahlen.

50. Der Mittelpunkt der aus den Elementarwellen hervorgehenden reflectirten Welle liegt gleich weit hinter der Trennungsfläche zweier Mittel, als der Ausgangspunkt der directen Welle vor derselben.

C (Fig. 52) sei der Mittelpunkt directer Kugelwellen DOE, die in O die Grenzfläche zweier Mittel erreichen, und die Ebene der Figur ein durch CO gezogener Schnitt, so ist vorerst zu zeigen, dass die Kugelwelle AFB, die sich bilden würde, wenn das Mittel unter die Grenzfläche hinab unverändert fortsetzte, die Berührungsfläche sei aller von der Linie AB ausgehenden Elementarwellen. Da die Geschwindigkeit der Verbreitung für alle Wellen im nämlichen Mittel constant ist, so wird die Hauptwelle DOE in derselben Zeit nach AFB gelangen, als die gleich-

zeitig mit ihr von O ausgehende Elementarwelle F erreicht, und da ihre Halbmesser zusammenfallen, so berührt der äussere Kreis den inneren in F. Eine andere, z. B. die von P ausgehende Elementarwelle beginnt ihre Bewegung erst, wenn die Hauptwelle noch den Weg hP = OQ zurückgelegt hat. Während die Hauptwelle QF durchläuft, legt die Elementarwelle den gleichen Weg PH zurück, beide erreichen also gleichzeitig H, und da die Halbmesser ebenfalls zusammenfallen, so berührt AFB die Elementarwelle in H. Dasselbe gilt von allen anderen Elementarwellen. Während aber, unterhalb AB, die Wellen im neuen Mittel nicht zu Stande kommen, bilden sie sich im früheren Mittel, oberhalb AB, und die berührende Welle AF′B muss übereinstimmen mit der Welle AFB, weil die oberen Halbkreise der Elementarwellen gleich sind den unteren Halbkreisen. Ist also OC′ = OC, so scheint die reflectirte Welle eben so von C′ ausgegangen, wie die directe von C, sie ist gleichsam die zurückgebogene directe Welle.

Für irgend einen Punkt M einer directen Welle ist CM der Wellenstrahl und, wenn SM normal auf AB steht, CMS der Einfallswinkel; C′MG oder MG ist der Wellenstrahl der reflectirten Welle, SMG der Reflexionswinkel. Aus der Gleichheit der Dreiecke COM, C′OM folgt aber die Gleichheit der Winkel CMS, SMG, oder es ist der Einfallswinkel gleich dem Reflexionswinkel.

Ist die Grenzfläche beider Mittel eine krumme Fläche, so findet für irgend einen Punkt M derselben alles Vorige Anwendung, wenn AB die Berührungsebene an diesem Punkt darstellt.

Aus den Eigenschaften des Kreises, der Ellipse und der Parabel ergeben sich folgende Sätze.

1. Die vom Mittelpunkt einer Kugel ausgehenden Wellenstrahlen kreuzen sich nach der Reflexion an der Kugelfläche wieder im Mittelpunkt.

2. Die von dem einen Brennpunkt eines Umdrehungs-Ellipsoid's ausgehenden Wellenstrahlen kreuzen sich nach der Reflexion an der Ellipsoidfläche im anderen Brennpunkt.

3. Die parallel der Axe eines Umdrehungsparaboloid's auf die Paraboloidfläche einfallenden Strahlen kreuzen sich nach der Reflexion im Brennpunkte des Paraboloid's.

51. Gesetzt die Wellenstrahlen CM, CP, Fig. 53, seien von einem sehr entfernten Punkte C aus gezogen, so dass das Wellenstück MN als eine gerade Linie betrachtet werden könne; im neuen Mittel, unterhalb AB, sei die Fortpflanzungsgeschwindigkeit geringer, als im früheren Mittel, so dass die von M ausgehende Elementarwelle nur um den Halbmesser MK vorschreite, während im früheren Mittel der Fortschritt in derselben Zeit NP betrage. Die zwischen M und P entstandenen Elementarwellen sind im gleichen Verhältniss kleiner, als ihre Mittelpunkte Q später von der Welle MN erreicht werden, es wird sein NP : OP = MK : QL = MN : QO und, da N, O, P in gerader Linie liegen, so werden auch K, L, P eine gerade Linie bilden, welche die Welle im neuen Mittel darstellt, da alle ihre Punkte sich gleichzeitig in derselben Phase befinden. Da MK $<$ NP, so ist auch $\angle$ MPK $<$ $\angle$ NMP, oder $\angle$ KMS' $<$ $\angle$ CMS, d. h. der Wellenstrahl MK im neuen Mittel nähert sich dem Loth SS' mehr, als der Wellenstrahl CM im früheren Mittel, er wird, wenn die Geschwindigkeit im neuen Mittel kleiner ist, dem Loth zu g e b r o c h e n.

In den Dreiecken NMP, MPK, welche MP gemein haben, ist

$$\sin NMP : \sin MPK = NP : MK.$$

Bezeichnet man also den E i n f a l l s w i n k e l CMS mit E, den B r e c h u n g s- oder R e f r a c t i o n s w i n k e l KMS' mit R, die Geschwindigkeit NP im früheren Mittel mit v, diejenige im neuen mit v', so ist

$$\sin E : \sin R = v : v',$$

oder

$$\frac{\sin E}{\sin R} = \frac{v}{v'} = n.$$

Zwischen denselben zwei Mitteln ist also das Verhältniss der Sinus der Einfalls- und Brechungswinkel ein constantes. Die Grösse n, welche diess Verhältniss ausdrückt, heisst das **Brechungsverhältniss** oder der **Index der Refraction**.

INHALT.

Einleitung.

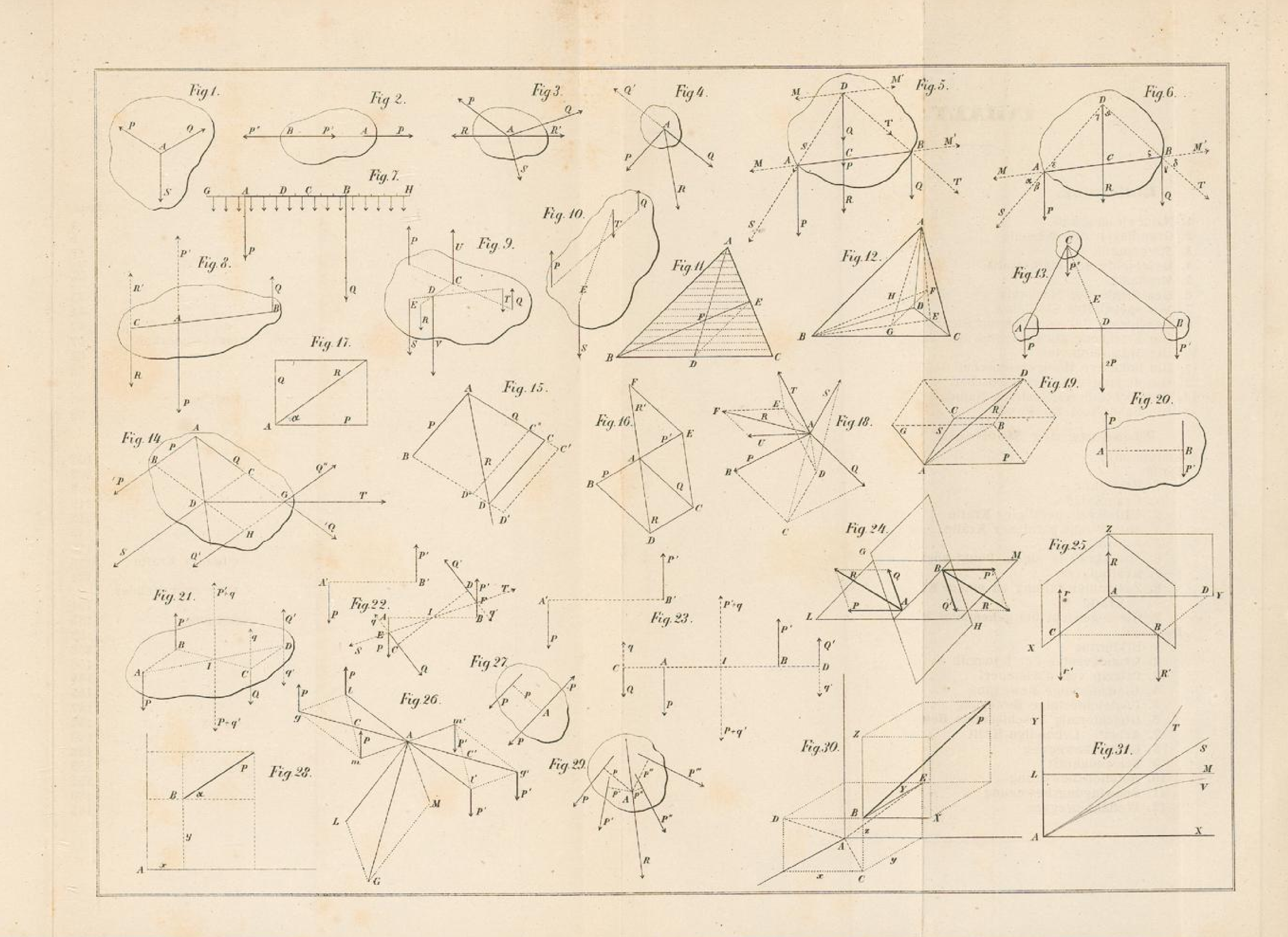
Seite.
1. Naturwissenschaft 1
2. Grundlagen des Wissens 5
3. Mathematik 17
4. Geschichte der Mathematik 20
5. Mechanik 32
6. Geschichte der Mechanik 35
7. Die speculative Stofflehre 43
8. Geschichte der speculativen Stofflehre 47
9. Die Erfahrung als Grundlage der Naturwissenschaft . 57
10. Die Maasseinheiten 63
11. Die inductive Naturwissenschaft 68
12. Die deductive Naturwissenschaft 78
13. Geschichte der inductiven Naturwissenschaft . . . 80
14. Die Uebersicht der Physik 98

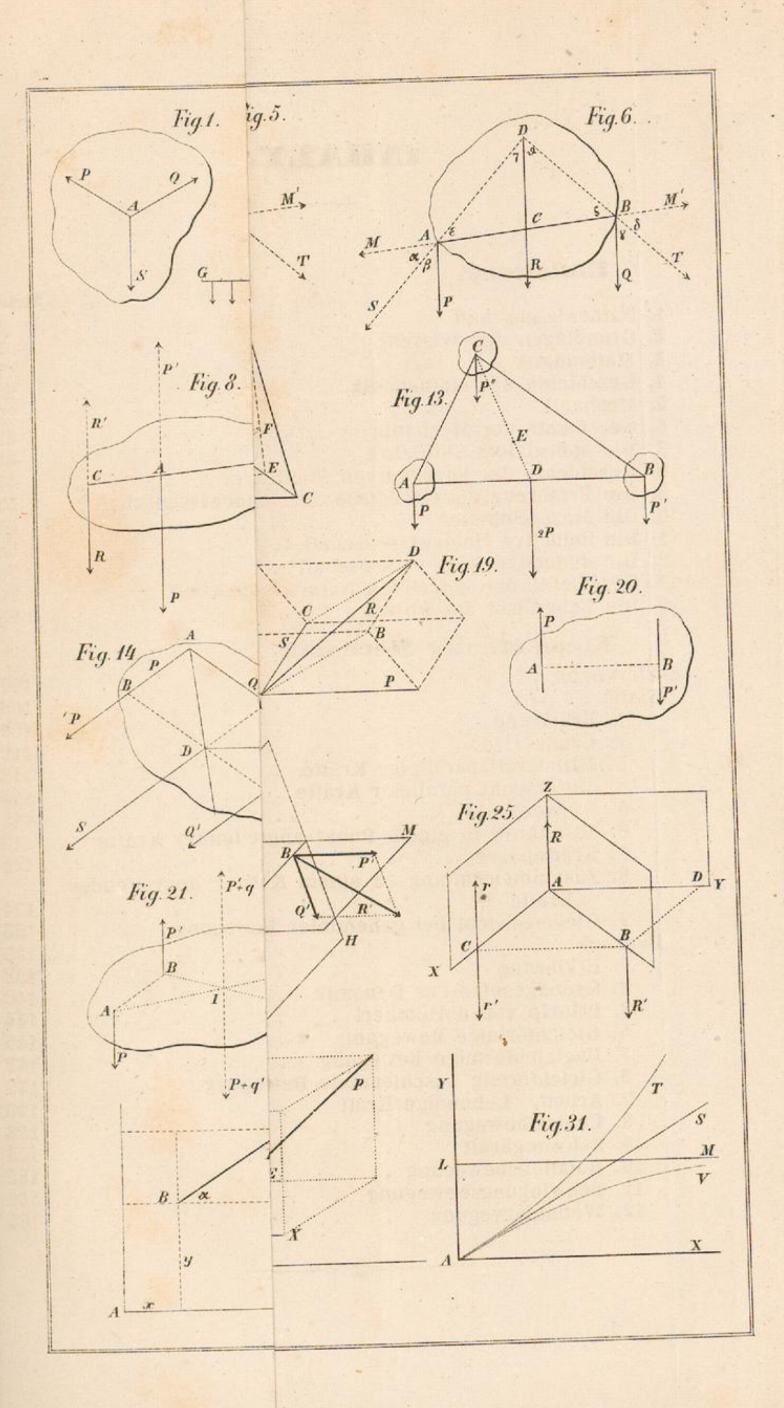
Elemente der Mechanik.

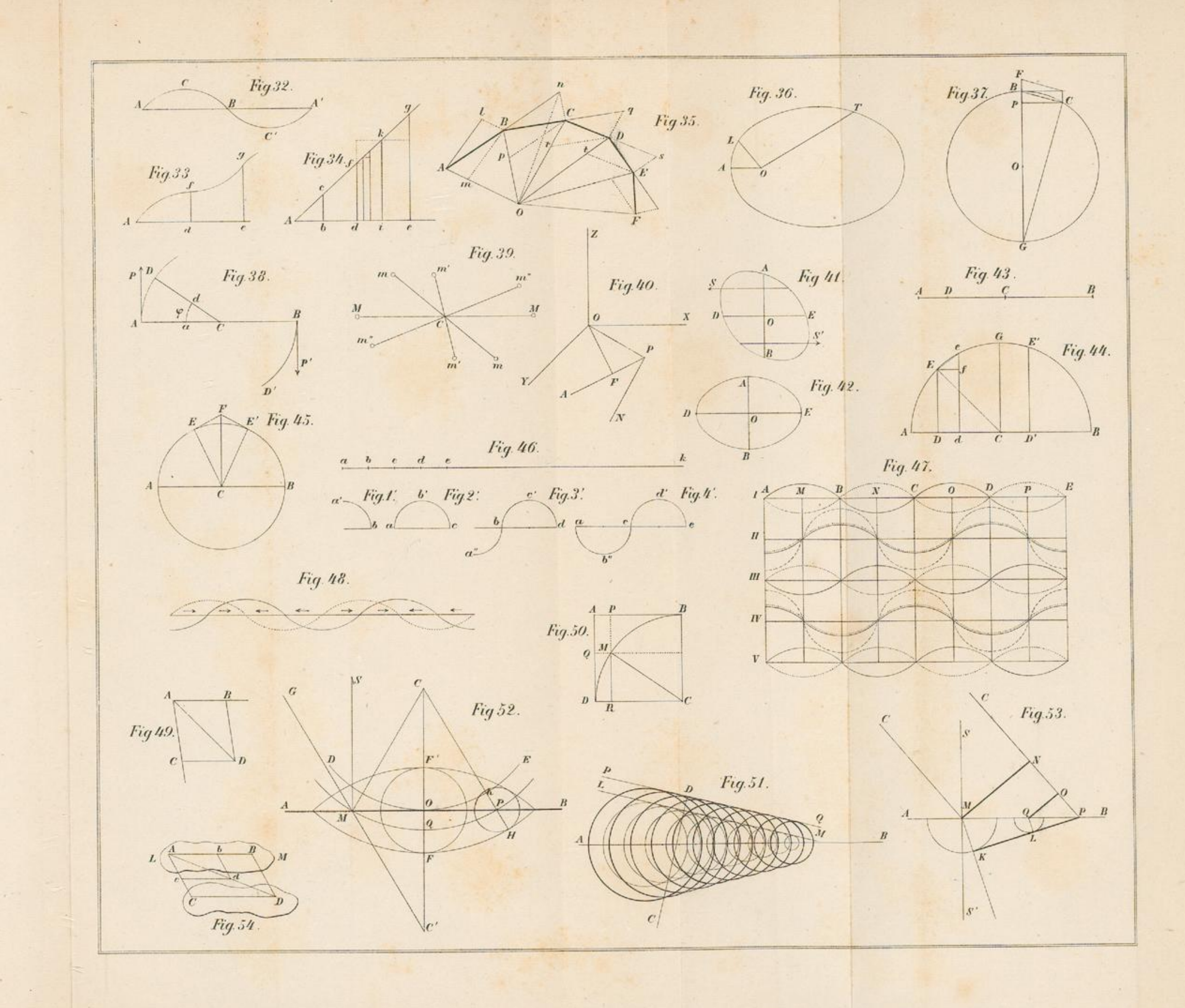
Erklärungen 107

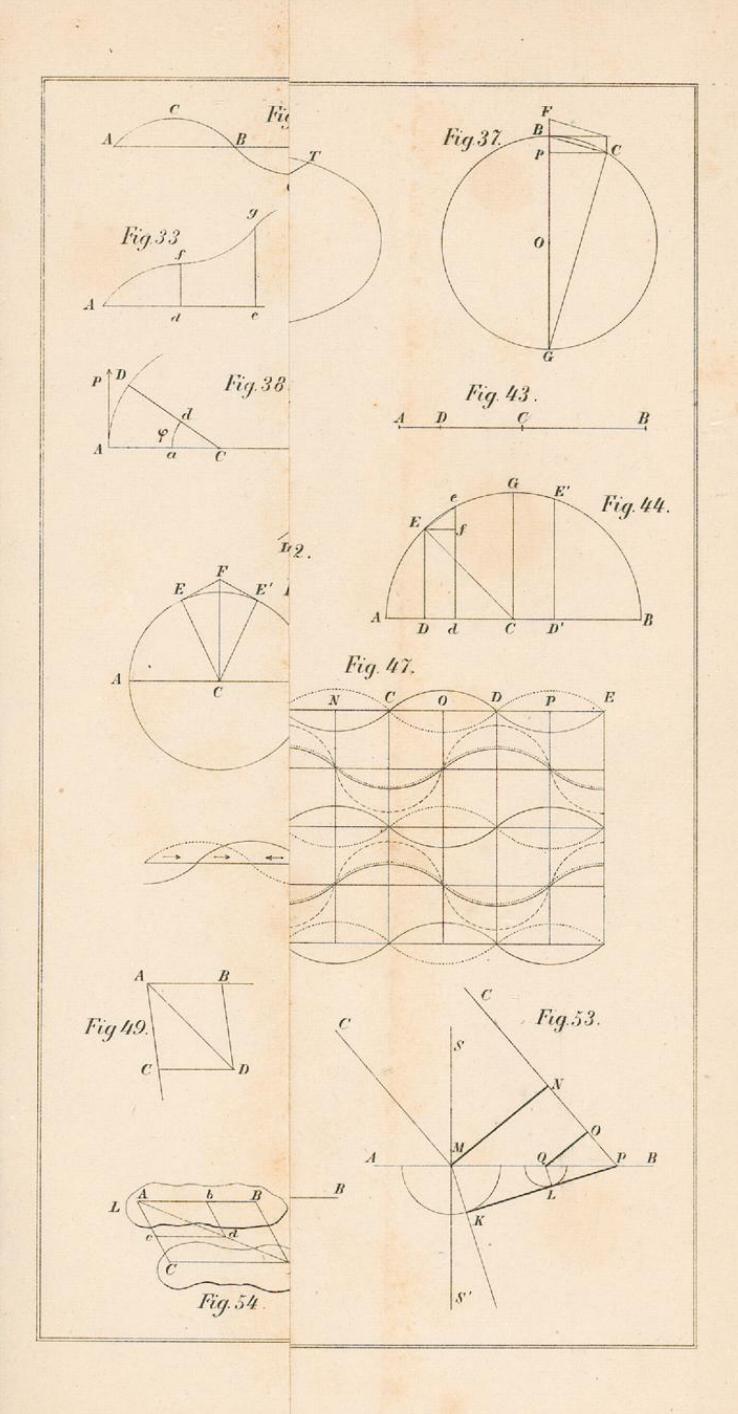
Statik 109
1. Erklärung 109
2. Grundsätze 110
3. Mittelkraft paralleler Kräfte 112
4. Mittelpunkt paralleler Kräfte 115
5. Schwerpunkt 115
6. Mittelkraft in einem Punkt angreifender Kräfte . 118
7. Kräftepaare 122
8. Zusammenstellung an einem Körper angreifender Kräfte 131
9. Gleichgewicht bei gehemmter Bewegung . . . 135

Dynamik 138
1. Erklärung 138
2. Grundgesetze der Dynamik 140
3. Princip von d'Alembert 144
4. Gleichförmige Bewegung 145
5. Ungleichförmige Bewegung 147
6. Gleichförmig beschleunigte Bewegung 149
7. Arbeit. Lebendige Kraft 150
8. Centralbewegung 152
9. Schwungkraft 153
10. Rotationsbewegung 155
11. Schwingungsbewegung 160
12. Wellenbewegung 165


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 31.


Fig.1.
Fig.5.
Fig.6.
Fig.8.
Fig.13.
Fig.14
Fig.19.
Fig.20.
Fig.21.
Fig.25.
Fig.31.


Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.
Fig. 43.
Fig. 44.
Fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 1'.
Fig. 2'.
Fig. 3'.
Fig. 4'.
Fig. 47.
Fig. 48.
Fig. 49.
Fig. 50.
Fig. 51.
Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 54.


Fig. 33
Fig. 37.
Fig. 38
Fig. 43.
Fig. 44.
Fig. 47.
Fig. 49.
Fig. 53.
Fig. 54.

